SI pass 3 facit

1.

$$\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$$

$n=1: VL=1, HL=1$ Fallet då n=1 stämmer.

Vi vill visa

$$\sum_{k=1}^{n+1} k=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

när vi utgår från

$$\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k=(n+1)+\sum_{k=1}^{n} k=n+1+\frac{n(n+1)}{2}=\frac{2(n+1)}{2}+\frac{n(n+1)}{2}=\frac{(n+2)(n+1)}{2}$$

VSV.

2.

Först bevisar vi att $5n-2^{n+1}$ stämmer för basfallen:

$a_0=5^0-2^1=-1$

$a_1=5-2^2=1$

Sen visar vi att formeln stämmer för alla fall där $n\geq 2$:

$a_n=7a_{n-1}-10a_{n-2}$

$a_n=7(5^{n-1}-2^{n-2})-10(5^{n-2}-2^{n-3})$

$a_n=7\cdot 5^{n-1}-7\cdot 2^{n-2}-(2\cdot 5*5^{n-2}-5\cdot 2\cdot 2^{n-3})$

$a_n=7\cdot 5^{n-1}-7\cdot 2^{n-2}-(2\cdot 5^{n-1}-5\cdot 2^{n-2})$

$a_n=5\cdot 5^{n-1}-2\cdot 2^{n-2}$

$a_n=5^n-2^{n-1}$

VSV.

3.

n^3+2n

Fallet då $n=1$ ger oss: 1^3+2 vilket är delbart med 3.

Vi utgår från att n^3+2n delar 3.

Vi vill visa att $(n+1)^3+2(n+1)$ delar 3.

$$(n+1)^3+2(n+1)=n^3+3n^2+3n+1+2(n+1)=(n^3+2n)+3n^2+3n+3$$

Alla summor är delbara med 3 vilket innebär att talet är delbart med 3.
VSV.

4.
Reflexiv aRa , a – a jämnt
Symmetrisk $aRb \rightarrow bRa$ då a – b jämnt implicerar att b – a är jämnt.
Transitiv då $aRb \wedge bRc \rightarrow aRc$ då a – b och b – c är jämna implicerar detta att a – c är jämnt.

a – b är jämnt om och endast om a och b är udda eller om a och b är jämna. Detta förklarar Transitiv och symmetrisk.

Två ekvivalensklasser med de jämna och udda talen. [0], [1].

5.
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
Fallet då $n=1$: $VL=1, HL=1$

Utgå från $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Vi vill bevisa $\sum_{k=1}^{n+1} k^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2(n+1)+1)}{6}$

HL = $\frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$ = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{(n+2)(2n+3)}{6} + \frac{n(2n+3)}{6} + 2\frac{n(n+1)}{6}$

= $\sum_{k=1}^{n} k^2 + \frac{(n+2)(2n+3)}{6} + \frac{n(2n+3)}{6} + 2\frac{n(n+1)}{6}$

= $\sum_{k=1}^{n} k^2 + \frac{6n^2+12n+6}{6}$

= $\sum_{k=1}^{n} k^2 + (n+1)^2$

= $\sum_{k=1}^{n+1} k^2$

=VL

VSV.