Chalmers Tekniska Högskola
Matematik

Tentamen: Linjär algebra D
TMV215 och MAD110

Datum: 2005-12-16 **Tid:** 1400-1800 **Salar:** V

Förfrågningar: Milena Angualova tel 073-9779268

Lösningar: Kommer att finnas på nätet. När oklart beroende på flytt av MC. www.math.chalmers.se/~goran/D1lina

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Resultat: Anslås senast 2006-01-06, Matematiskt Centrum, vid hörnet Chalmers Tvärgata och Skeppsgränd.

Skrivningsvisning: Se kurssidan efter nyår.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook.
- Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1.
I ett ortonormerat koordinatsystem innehåller ett plan π punkterna $(1,0,1)$, $(2,3,1)$ och $(2,1,2)$. Ange planets ekvation på allmän form(normalform). (10p)

Anm 1 Kontrollera noggrant att de tre givna punkterna verkligen ligger i planet, vars ekvation du räknat fram! Ej krav på redovisning av kontroller. Du får med andra ord skylla dig själv om du ej utför de omsorgsfullt.

Amn 2 Ange nu planets ekvation på allmänn form *rätt* sist i lösningen!

Uppgift 2. I ett ortonormerat koordinatsystem är punkten $P:(1,14,1)$ och planet

$$2x + y + 2z = 0$$

givna. Beräkna ortogonala projektionen, kalla den P', av punkten P i planet. (10p)

Anm 1 Kontrollera noggrant att din punkt P' verkligen ligger i planet samt att vektorn $\vec{PP'}$ verkligen är vinkelrär mot planet! Ej krav på redovisning av kontroller.

Amn 2 Ange nu P':s koordinater *rätt* sist i lösningen!

Uppgift 3. Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & a \\ 1 & -a & 2 \\ a & -4 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(a) Bestäm för alla $a \in R$ rangen av A, dvs dimensionen av kolonnrummet(värdeförrådet) till A. (6p)

(b) Ange nu nollrummets dimension för alla $a \in R$ för matrisen A. (4p)

Uppgift 4. Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

(a) Bestäm alla egenvärden och tillhörande egenvektorer till matrisen ovan. (4p)

(b) Ange en kvadratisk matris T och en diagonalmatris D så att

$$A = TDT^{-1} \qquad (3p)$$

(c) Beräkna matrisen A^{1001}. (3p)

Uppgift 5. Låt $ABCD$ vara en oregelbunden fyrhörning i planet, med hörnpunkterna givna moturs. Rita figur! Inför nu vektorerna

$$e_1 = \vec{AB}\ ,\ e_2 = \vec{AD}\ ,\ v_1 = \vec{CB}\ ,\ v_2 = \vec{CD}$$

Vidare gäller för en diagonal sambandet

$$\vec{AC} = 2e_1 + 3e_2$$

En punkt P har koordinaterna $(2, 1)$ i systemet $A_{e_1 e_2}$, dvs koordinatsystemet med A som origo och basen e_1, e_2. Ange P:s koordinadeter i systemet $C_{v_1 v_2}$. (10p)

Anm Observera att med bra figur(er) kan ditt svar kontrolleras väl!

Lycka till och god jul !