

**Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet**  
**Matematik**

**Tentamen: Linjär algebra D**  
**Chalmers: TMV215 eller Universitet: MMG D20**  
*OBS! Precis ett av ovanstående alternativ på försättsbladet.*

**Datum:** 2009-04-16 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** V

**Förfrågningar:** tel 0762-721860 , 0762-721861

**Lösningar:** Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

**Betygsgränser Chalmers:** Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

**Betygsgränser Universitet:** Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

**Skrivningsvisning:** Se kurssidan den 23/4.

**Hjälpmedel:**

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

**Uppgift 1.** I ett ortonormerat koordinatsystem går ett plan  $\pi$  genom punkterna  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 1, 1)$  och  $(2, -1, 0)$ .

- (a) Ange planets ekvation på allmän form. (5p)
- (b) Bestäm avståndet mellan punkten  $(1, 0, 1)$  och planet  $\pi$ . (5p)

**Uppgift 2.** Ange för vilka värden på parametern  $a$  som vektorerna  $(1, 2, a)$ ,  $(a, 0, -1)$  och  $(2, 2, 0)$  är linjärt beroende. (10p)

**Uppgift 3.** Punkterna  $P$ ,  $Q$  och  $R$  ä mittpunkterna på sidorna  $AB$ ,  $BC$  resp  $CA$  i triangeln  $ABC$  och  $O$  är en godtycklig punkt. Visa sambandet

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OP} + \vec{OQ} + \vec{OR}. \quad (10p)$$

**Uppgift 4.** Vektorerna  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  är ortogonala och lika långa. För vilka värden på  $s$  och  $t$  blir vektorerna  $t\mathbf{u} + \mathbf{v}$  och  $\mathbf{u} - s\mathbf{v}$  ortogonala? (10p)

**Uppgift 5.**

(a) Bestäm alla egenvärden och dessutom egenvektorn till det största egenvärdet till matrisen

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (5p)$$

(b) En matris  $\mathbf{A}$ , av ordning  $n \geq 2$ , har egenvektorena  $\mathbf{x}_1$  och  $\mathbf{x}_2$  som hör till olika egenvärden. Visa att vektorn  $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$  ej är egenvektor till  $\mathbf{A}$ . (5p)

**Lycka till !**