

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Linjär algebra D
TMV215 och MMG D20

Datum: 2008-08-27 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** V

Förfrågningar: tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Fredagen den 5/9 1200-1230. Rum L2073 MC.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1. Bestäm parametern a så att de räta linjerna $(x, y, z) = (a, a, 1) + s(1, -1, -1)$ och $(x, y, z) = (0, 2, 3) + t(-1, 0, 1)$ skär varandra och ange även skärningspunkten. (10p)

Uppgift 2. I ett ortonormerat koordinatsystem är punkten $(4.5, 0, 2)$ och planet $2x + y + 2z = 4$ givna.

(a) Beräkna ortogonala projektionen av punkten i planet. (5p)

(b) Beräkna speglingen av punkten i planet. (5p)

Ledning: Kanske är det enklast att välja en punkt, t ex $(0, 0, 2)$, i planet.

Uppgift 3. I en rätvinklig triangel ABC är $|\vec{AB}| = 4$, $|\vec{BC}| = 3$ och $|\vec{AC}| = 5$. Inför nu beteckningarna $u = \vec{AB}$ och $v = \vec{AC}$ och definiera två vektorer

$$\begin{cases} \vec{w}_1 = u + v \\ \vec{w}_2 = v - u \end{cases}$$

Beräkna först skalärprodukterna $u \cdot u$, $v \cdot v$ och $u \cdot v$ och slutligen cosinus för vinkeln mellan vektorerna \vec{w}_1 och \vec{w}_2 . (10p)

Uppgift 4. Bestäm de värden på parametern a för vilka de tre planen

$$\begin{cases} x + 2y + az = 2a \\ -x - y + 2az = 12 \\ -2x + ay + 8z = 16 \end{cases}$$

- (a) Skär varandra längs en rät linje. (5p)
- (b) Saknar gemensam punkt. (5p)

Uppgift 5. Betrakta vektorerna $v = (1, a, a)$ och $w = (2, -2, 1)$, där a är en reell parameter. Vi bildar nu ekvationen

$$u \times v = w$$

där u således är en obekant vektor. För vilka a -värden har ekvationen lösning/lösningar? Ange i förkommande fall alla u med längden 1, dvs $u^T u = 1$. (10p)

Lycka till !!