

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Linjär algebra
TMV215 Chalmers och MMG D20 Universitetet
OBS! Ange precis ett av ovanstående alternativ på försättsbladet.

Datum: 2010-12-16 **Tid:** 0830-1230

Förfrågningar: tel 0703-088304

Lösningar: Kommer att finnas på nätet
www.math.chalmers.se/~goran/D1lina

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Tisdagen den 18/1 kl 1300, Ide'läran.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1. I ett koordinatsystem O_{xyz} ges ett plan π och en rät linje ℓ av

$$\pi : x - 2y + z + 1 = 0 \quad , \quad \ell : (x, y, z) = (2, 3, 1) + t(-1, -1, 1) \quad , \quad t \in \mathbb{R} .$$

Bestäm skärningspunkten mellan planet och den räta linjen.

Glöm ej att kontrollera att den framräknade punkten verkligen ligger både i planet och på linjen. (10p)

Uppgift 2. I ett ortonormerat koordinatsystem O_{xyz} är punkten $P : (4, 8, 1)$ och planet

$$\pi : 2x + y + 2z = 0$$

givna. Beräkna den ortogonala projektionen, Q säg, till punkten P i planet. Kontrollera att $Q \in \pi$ verkligen gäller, för framräknat Q ! (10p)

Uppgift 3. I ett ortonormerat koordinatsystem ges ett plan π och två vektorer \mathbf{u} och \mathbf{v} av

$$\pi : 8x + ay - 4z + 1 = 0 \quad , \quad \mathbf{u} = (1, 0, a) \quad , \quad \mathbf{v} = (0, 2, 1)$$

Bestäm ett värde på parametern a så att den vektoriella produkten

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$$

blir parallell med en normal, \mathbf{n} säg, till planet π , dvs $\mathbf{w} = \lambda \mathbf{n}$, där $\lambda \in \mathbb{R}$. Tänk på att du verkligen visar parallellitet för det angivna a -värdet. (10p)

Uppgift 4. Beräkna arean av en elliptisk skiva innesluten i en ellips, vars ekvation i ett ortonormerat system $O_{x_1x_2}$ ges av

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 13x_2^2 = 9. \quad (10p)$$

Uppgift 5.

(a) Bestäm egenvärden och tillhörande egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (5p)$$

(b) Ange ett värde på parametern a nedan, så att matrisen

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -4 & -1 & 3 \\ -4 & 3 & a \end{pmatrix}$$

får ett egenvärde 2. Ange slutligen samtliga egenvärden svarande mot detta a -värde. (5p)

Lycka till och en God Jul !