

Chalmers Tekniska Högskola
Matematik

Tentamen: Linjär algebra D
TMV215/TMV105 och MAD110

Datum: 2005-08-24 **Tid:** 0930-1230 **Salar:** V

Förfrågningar: tel 0762-721860

Lösningar: Matematiskt centrum, plan 1 åt väster

Betygsgränser: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Resultat: Anslås tidigast 2005-09-08, Matematiskt Centrum (MC), Eklanda-
gatan 86.

Skrivningsvisning: Den 9/9, 1230-1300, MC2305.

Därefter 1230-1300 i rum 1202D invid matematikexpeditionen MC.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook.
- Dubbelsidigt handskrivet A4-blad (valfritt innehåll). Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1. Två räta linjer ges i ett ortonormerat system av

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$$

Ange skärningspunkt och vinkel mellan linjerna. (10p)

Uppgift 2. I ett ortonormerat koordinatsystem går ett plan π genom punkterna $(3, 2, 1)$, $(1, 1, 1)$ och $(2, -1, 0)$.

- (a) Ange planets ekvation på allmän form. (5p)
- (b) Bestäm avståndet mellan punkten $(1, 0, 1)$ och planet π . (5p)

Uppgift 3.

- (a) Visa med hjälp av geometriska vektorer att diagonalerna i en romb skär varandra under räta vinklar. (5p)
- (b) Ange för vilka värden på parametern a som vektorerna $(1, 2, a)$, $(a, 0, -1)$ och $(2, 2, 0)$ är linjärt beroende. (5p)

Uppgift 4. Betrakta de tre punkterna $(1, 1)$, $(3, 2)$ och $(5, y)$. För vilka värden på y utgör dessa hörn i en triangel med arean 2 gånger arean av triangeln med hörnen $(0, 0)$, $(1, 0)$ och $(0, 1)$. (10p)

Uppgift 5. Bestäm alla egenvärden och tillhörande egenvektorer till matrisen

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (10p)$$

Svar till uppgifterna

- Skärningspunkt $(1, -1, 0)$ och vinkel $\pi/2$.
- (a) $-x + 2y - 5z + 4 = 0$

(b) $\sqrt{2/15}$
- (b) $a = \pm 1$
- $y = 2$ eller $y = 4$
- Egenvärdena är 2, 1 och -1 och motsvarande egenvektorer kan väljas som $(1, 0, 0)$, $(1, 0, 1)$ och $(0, 1, -1)$.