Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Linjär algebra D
TMV215 och MAD110

Datum: 2006-12-21 **Tid:** 1400-1800 **Salar:** V

Förfrågningar: tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Kommer att finnas på nätet
www.math.chalmers.se/~goran/D1lina

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Resultat: Anslås Matematiskt Centrum, vid datasasl MV:F22

Skrivningsvisning: Ide'läran vecka 4

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1. I ett ortonormerat koordinatsystem är punkten $P : (3, 2, 1)$ och planet π

$$x + 2y + 2z = 0$$

givna.

Punkten P speglas i planet varvid spegelbilden P' erhålles. Ange koordinaterna för P'. Bestäm nu mittpunkten på sträckan PP' och avgör om denna ligger i planet π eller inte. (10p)

Uppgift 2. I ett ortonormerat koordinatsystem innehåller ett plan π punkten $(3, 2, 1)$ samt dessutom punkterna $(3, 4, 2)$ och $(4, 1, 1)$.

Ange planets ekvation på allmän form(normalform, affin form) och beräkna därefter avståndet - det kortaste - från punkten $(1, 1, 2)$ till planet. (10p)

Anm Kontrollera noggrant att de tre givna punkterna verkligen ligger i planet, vars ekvation du räknat fram! Ej krav på redovisning av kontroller. Avståndet fås enklast med färdig formel.

Uppgift 3. I en rätvinklig triangel ABC är $|\vec{AB}| = 4$, $|\vec{BC}| = 3$ och $|\vec{AC}| = 5$. Inför nu beteckningarna $u = \vec{AB}$ och $v = \vec{AC}$ och definiera två vektorer

$$\begin{cases} \vec{w_1} = u + v \\ \vec{w_2} = v - u \end{cases}$$

Beräkna först skalärprodukterna $u \cdot u$, $v \cdot v$ och $u \cdot v$ och slutligen cosinus för vinkeln mellan vektorerna $\vec{w_1}$ och $\vec{w_2}$. (10p)

Uppgift 4. Bestäm de värden på parametern a för vilka de tre planen

$$\begin{cases} x + 2y + az = 2a \\ -x - y + 2az = 12 \\ -2x + ay + 8z = 16 \end{cases}$$

(a) Skär varandra längs en rät linje. (5p)

(b) Saknar gemensam punkt. (5p)

Uppgift 5a Matrisen A har en egenvektor x, vilka båda ges nedan

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ange A:s samtliga egenvärden. (5p)

Anm. Karakteristisk ekvation $det(\lambda I - A) = 0$ är av tredje graden, men Du har redan tillgång till en rot, så det bör ordna sig.

Uppgift 5b Beräkna arean av den elliptiska skiva vars rand, i ett ortonormerat koordinatsystem $O_{x_1 x_2}$, ges av

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 7x_2^2 = 1 \qquad (5p)$$

Lycka till och en God Jul !