

VECKOPROGRAM för gruppövningar och självverksamhet.
Linjär algebra D.
Läsvecka 5

Smågruppövning v5:1, (7.7 , 7.8) Det här avsnittet är tämligen svårt trots att allt bygger på elimination. Vi avancerar stegvis.

1. Läs fram till 'Kolonnrum och nollrum' på sidan 143. Lätt märke till begreppen homogent respektive inhomogent system. Studera sats 8 inklusive bevis samt exempel 11 noggrant. Repetera vid behov valda delar av kapitel 1.
2. Läs nu definition 7 och notera att kolonnrummet helt enkelt är värdeförrådet till avbildningen

$$R^n \ni x \longrightarrow Ax \in R^m$$

och att rangen av A är dimensionen på värdeförrådet. Ofta användes ordet *bildrum* istället för kolnrum.

3. Läs definition 8 och lemma 5 och se på trappekvivalenten till matrisen A och även fortsättningen till exempel 11.
4. Övningar kap 7: 7.22 , 7.23 med Matlab , 7.24 , 7.25
5. Studera dimensionssatsen:
dimensionen för ursprungsrum = dimension för bildrum + dimension för nollrum
och se på tillhörande exempel.
6. På sidan 152 lägger vi märke till begreppen rad- och kolonnrang till en matris A . Enligt sats 10 är dessa lika och naturligtvis lika med dimensionen av bildrummet(kolnrummet).
7. Läs om sk LR -faktorisering och något om beräkningskomplexitet på sidan 154.

Övning 1: Vi tänker nu på lösning av kvadratiske linjära ekvationssystem med Gausselimination, och antar att körtider blir proportionella mot antalet aritmetiska operationer. Lösning av ett triangulärt system med 10 000 obekanta kräver 0.7 sekunders körtid. Uppskatta körtiderna för:

- a) Triangulärt system med 50 000 obekanta.
- b) Fullt system med 10 000 obekanta.

Ledning: Körtider för triangulärt och allmänt system antages vara $Cn^2/2$ respektive $Cn^3/3$, där n är antalet obekanta.

Svar: a) cirka 17 sekunder , b) cirka 77 minuter.

Övning 2: För att beräkna atomvikterna för kväve och syre har man bestämt molekylvikterna för de fyra kväveoxiderna: NO , N_2O , NO_2 och N_2O_5 och erhållit 30.006, 44.013, 46.006 resp 108.010. Ställ upp fyra linjära samband för de aktuella atomvikterna och använd minsta kvadratmetoden. Använd Matlab!

Svar: 14.0069 och 15.9993

Storgruppövning v5:2, (rep kap 2 , 3 , 4)

Första timman blir det vanlig föreläsning: Resten av programmet för veckan plus eventuell repetition.

Övning 1: För att uppskatta höjden över havet för tre platser A, B och C uppmättes 6 höjdskillnader tämligen amatörmässigt

$$h_A \approx 12, h_B \approx 23, h_C \approx 35, h_{B-A} \approx 16, h_{C-B} \approx 10, h_{C-A} \approx 20$$

Utnyttja alla mätningarna för att beräkna - förhoppningsvis - bättre approximationer till de aktuella höjdskillnaderna. Det blir nog enklast med Matlab.

Svar: $h_A \approx 11.50$, $h_B \approx 24.75$ och $h_C \approx 33.75$

Vi försöker nu repetera en del av kapitel 2, 3 och 4 genom att räkna övningar på dessa kapitel. På nästa föreläsning och smågruppövning skall vi jobba med kapitel 5, som är mycket viktigt inom mekaniken och stora delar av fysiken. För att klara kapitel 5 behöver vi nog friska upp en del kunskaper från början av boken.

1. Övningar kap 2: 2.27 , 2.29
2. Övningar kap 3: 3.11 , 3.14a , 3.29 ,
3. Övningar kap 4: 4.20 , 4.38 , 4.40

Smågruppövning v5:3, (5.1 - 5.4) Nu skall vi ge oss i kast med den sk vektorprodukten mellan två vektorer i R^3 , vilken ju spelar stor roll i 'matematisk naturvetenskap'.

1. Läs avsnitt 5.1 och lägg kanske först märke till begreppet positiv vridningsriktning (rotationsriktning) kring en vektor, överst på sidan 83, med hjälp av högerhanden. Överst på sidan 82 är det underförstått att vektorn ifråga, v , pekar ut ur papperet mot läsaren. Moturs blir detsamma som positiv rotationsriktning.
2. Läs om positivt orienterat vektorsystem (högersystem).
Definition: *Vektorerna v_1, v_2, v_3 säges vara positivt orienterade om den minsta vridningvinkel som överför v_1 i v_2 sker i positiv riktning i förhållande till v_3 .*
Med andra ord använd högerlabben när Du avgör orientering.
3. Gå snabbt igenom 5.2 - 5.4 så att vi kan komma igång och räkna i övningshäftet. Använd läroboken vid räknandet och försök att på detta sätt inhämta avsnitten ifråga.
4. Övningar kap 5: 5.1 , 5.2 , 5.3 , 5.4 , 5.6 , 5.7 , 5.8 , 5.11