

5.4 Bestäm rang, kolumnrum och nollrum till matriserna i övning 5.4

(a)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Lösningssförslag:

Nollrum: Lös $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

Kolumn 2 är fri, så låt $x_2 = t, t \in \mathbb{R}$, vi får $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2t \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$.

$$\text{Nollrummet } N(\mathbf{A}) = \left\{ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2t \\ t \\ 0 \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$$

Kolumnrum: Kolumnrummet spänns upp av pivotkolumnerna i $\mathbf{A}$. Vi ser i den gausseliminerade matrisen ovan att pivotkolumnerna är 1 och 3. Dvs Kolumn-

$$\text{rummet } R(\mathbf{A}) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Rangen, antalet pivotkolumner i $\mathbf{A}$, är 2.

(b)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nollrum: $\{\mathbf{0}\}$

$$\text{Kolumnrum: } \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

Rang: 2

(c) Samma matris som i (b), så samma svar som i (b).