MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för TD, TMV175
Tid: 2005-10-21, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt: tel 0762 721 860

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.
Skriv linje och inskrivningsår på omslaget.
Betygsgränser, ev bonuspoäng inräknad: 20 - 29 p. ger betyget 3, 30 - 39 p. ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Lösningar anslås på Matematiskt Centrum första arbetsdagen efter tentamenstillfället.
Rättningsprotokoll anslås på Matematiskt Centrum ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Tid för granskning meddelas på rättningsprotokollet.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Beräkna $f'(x)$ då $f(x) = \ln(\tan x)$. (2p)

   b) Bestäm alla reella x så att $|2x - 5| > 3$. (2p)

   c) Ge exempel på en funktion f, med $D_f = [0, 1]$, som saknar största värde. (2p)

   d) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $\cos 3x = \dfrac{1}{2}$. (2p)

   e) Avgör för var och en av följande funktioner om de är, 1) begränsade, 2) inverterbara. (3p)

      i. $f(x) = x^3 + e^x$, ii. $g(x) = \ln|x|$, iii. $h(x) = \arctan x$.

   f) Rita lösningsmängderna i det komplexa talplanet till: (3p)

      i. $|z - 1 - 2i| = 1$, ii. $|z - 5| = |z - 1|$.

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm för vilket värde på a som de två planen $x - y + 2z = 3$ och $ax + y + z = 0$ är vinkelräta mot varandra. (ON-koordinater i rummet.) (6p)

   b) Bestäm, för detta värde på a, en parameterframställning av skärningslinjen mellan planen.

3. Beräkna följande gränsvärden: (6p)

   a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\tan x}$. b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x \ln \frac{x+2}{x}$.

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{2x+3}{x+1}e^x$. Ange alla lokala extremvärden och eventuella asymptoter. (6p)

5. En talföljd ges rekursivt genom att $x_0 = 5/2$ och $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$. Visa att talföjden är konvergent samt bestäm gränsvärdet då $n \to \infty$. (6p)

VÄND!

---

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Varje linjärt ekvationssystem med fler ekvationer än obekanta saknar lösning.

   b) Varje linjärt ekvationssystem med fler obekanta än ekvationer har oändligt många lösningar.

   c) Om f är deriverbar och begränsad på ett intervall I så är även f' begränsad på I.

   d) Om f är deriverbar och f' är begränsad på ett intervall I så är f begränsad på I.

   e) Om $\boldsymbol{u} \neq \mathbf{0}$ och $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{w}$ så är $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{w}$. ($\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ och $\boldsymbol{w}$ är vektorer i rummet.)

   f) Negationen till utsagan "för varje $x \in [a, b[$ finns $y \in [a, b[$ så att $f(x) < f(y)$" är utsagan "det finns $x \in [a, b[$ så att för varje $y \in [a, b[$ är $f(y) \leq f(x)$".

7. a) Formulera medelvärdessatsen. (2p)

   b) Bevisa med hjälp av medelvärdessatsen att om f är deriverbar med $f'(x) > 0$ på ett intervall I så är f strängt växande på I. (4p)

Lycka till!
Carl-Henrik