

# Introduktionsföreläsning

## *Inledande matematik M+TD*

Stig Larsson

<http://www.math.chalmers.se/~stig>

Matematiska vetenskaper  
Chalmers tekniska högskola  
Göteborgs universitet

# Matematikkurser

## Årskurs 1

- Läsperiod 1
  - Inledande matematik
  - (Programmering i Matlab M)
- Läsperiod 2
  - Matematisk analys i en variabel
  - (Termodynamik M)
- Läsperiod 3
  - Linjär algebra
  - (Mekanik och hållfasthetslära 1 M)
- Läsperiod 4
  - Matematisk analys i flera variabler
  - (Mekanik och hållfasthetslära 2 M)

Nya kurser från och med 2007–08: integrera datorberäkning med Matlab

# Undervisning

- Föreläsning 3 per vecka
- Datorövning 1-2 per vecka
- Räkneövning 2 per vecka
- TD: en lektion i programmering per vecka
- SI (kompletterande studier separat från matteundervisningen)

Detaljerat program på kurshemsidan.

# Datorn

- ett beräkningsverktyg
- nya möjligheter att använda matematik
- behov av att reformera undervisningen i matematik och teknik

# Moderniserad matematikkurs

- inte bara formler
- generella ekvationer inte bara specialfall
- konstruktiv matematik: konstruera lösning till ekvation med hjälp av algoritm
- datorberäkning med samma algoritm
- använda matematiken på problem från tekniken

# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:

# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Annat exempel:  $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel:



# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Annat exempel:  $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Annat exempel:  $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form:  $f(x) = 0$

Lösningsformel: ingen.

# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Annat exempel:  $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form:  $f(x) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Intervallhalveringsmetoden. Successiv approximation. Newtons metod.  
Konvergens. Datorberäkning.

# Algebraisk ekvation

Enkelt exempel:  $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Annat exempel:  $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form:  $f(x) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Intervallhalveringsmetoden. Successiv approximation. Newtons metod.  
Konvergens. Datorberäkning.

Tillämpning: jämviktsekvationer i termodynamik och mekanik

# Differentialekvation

Enkelt exempel:  $u''(t) + u(t) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:

# Differentialekvation

Enkelt exempel:  $u''(t) + u(t) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:  $u(t) = u_0 \cos(t)$

# Differentialekvation

Enkelt exempel:  $u''(t) + u(t) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:  $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel:  $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:

# Differentialekvation

Enkelt exempel:  $u''(t) + u(t) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:  $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel:  $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel: ingen.



# Differentialekvation

Enkelt exempel:  $u''(t) + u(t) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:  $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel:  $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form:  $u'(t) = f(t, u(t))$

Lösningsformel: ingen.

Eulers metod. Datorberäkning.

# Differentialekvation

Enkelt exempel:  $u''(t) + u(t) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel:  $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel:  $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$ ,  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form:  $u'(t) = f(t, u(t))$

Lösningsformel: ingen.

Eulers metod. Datorberäkning.

Tillämpning: dynamiska förlopp i termodynamik, rörelsekvationer i mekanik, reaktionskinetik.

# Partiell differentialekvation

Exempel: 
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Lösningsformel:

# Partiell differentialekvation

Exempel: 
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Lösningsformel: 
$$u(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

# Partiell differentialekvation

Exempel: 
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Lösningsformel: 
$$u(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Generell form: 
$$-\nabla \cdot (a(x)\nabla u(x)) = f(x)$$

Lösningsformel: ingen.

Finite elementmetoden. Datorberäkning.

# Partiell differentialekvation

Exempel: 
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Lösningsformel: 
$$u(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Generell form: 
$$-\nabla \cdot (a(x)\nabla u(x)) = f(x)$$

Lösningsformel: ingen.

Finite elementmetoden. Datorberäkning.

Tillämpning: värmeledning, strömning, hållfasthetslära, ...

# Beräkning: symbolisk och numerisk

symbolisk beräkning:  $\int_0^y \frac{dx}{1+x^2} = \left[ \arctan x \right]_0^y = \arctan(y)$

för hand, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- teori
- modellering: ställa upp och skriva om ekvationer
- exakt lösning i enkla specialfall

# Beräkning: symbolisk och numerisk

symbolisk beräkning:  $\int_0^y \frac{dx}{1+x^2} = \left[ \arctan x \right]_0^y = \arctan(y)$

för hand, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- teori
- modellering: ställa upp och skriva om ekvationer
- exakt lösning i enkla specialfall

numerisk beräkning:  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx \sum_n \frac{h_n}{1+x_n^2} = 0.78$

(för hand), Matlab, Mathematica, Maple, Derive, ...

- approximativ lösning i allmänt fall



# Beräkning: symbolisk och numerisk

symbolisk beräkning: 
$$\int_0^y \frac{dx}{1+x^2} = \left[ \arctan x \right]_0^y = \arctan(y)$$

för hand, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- teori
- modellering: ställa upp och skriva om ekvationer
- exakt lösning i enkla specialfall

numerisk beräkning: 
$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx \sum_n \frac{h_n}{1+x_n^2} = 0.78$$

(för hand), [Matlab](#), Mathematica, Maple, Derive, ...

- approximativ lösning i allmänt fall

Vi använder [inte](#) symbolisk programvara.

Vi gör symboliska beräkningar för hand, numeriska beräkningar i Matlab.

# Tillämpad matematik

tillämpning — datorberäkning — matematik

- generella ekvationer, inte bara förenklade specialfall
- intressanta tekniska tillämpningar från början
- når mer avancerade tillämpningar till slut
- samarbete med teknikkurser: termodynamik, mekanik

# Matlab

- Matlab = “Matrix laboratory”

# Matlab

- **Matlab** = “**Matrix laboratory**”
- **numeriska** matrisberäkningar

# Matlab

- **Matlab** = “**Matrix laboratory**”
- **numeriska** matrisberäkningar
- från kalkylator till programmeringsmiljö

# Matlab

- **Matlab** = “**Mat**rix **lab**oratory”
- **numeriska** matrisberäkningar
- från kalkylator till programmeringsmiljö
- har “toolboxes” för olika teknikområden

# Matlab

- **Matlab** = “**Matrix laboratory**”
- **numeriska** matrisberäkningar
- från kalkylator till programmeringsmiljö
- har “toolboxes” för olika teknikområden
- har avancerade verktyg för grafik och användargränssnitt

# Matlab

- **Matlab** = “**Matrix laboratory**”
- **numeriska** matrisberäkningar
- från kalkylator till programmeringsmiljö
- har “toolboxes” för olika teknikområden
- har avancerade verktyg för grafik och användargränssnitt
- illustrera matematiska begrepp med interaktiva program



# Matlab

- **Matlab** = “**Mat**rix **lab**oratory”
- **numeriska** matrisberäkningar
- från kalkylator till programmeringsmiljö
- har “toolboxes” för olika teknikområden
- har avancerade verktyg för grafik och användargränssnitt
- illustrera matematiska begrepp med interaktiva program
- studenterna skriver sina egna program

# Matlab

● lär programmering

# Matlab

- lär programmering
- tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna

# Matlab

- lär programmering
- tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna
- stark koppling till den matematiska teorin

# Matlab

- lär programmering
- tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna
- stark koppling till den matematiska teorin
- grafisk presentation av resultat (i rapporter och föredrag)

# Matlab

- lär programmering
- tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna
- stark koppling till den matematiska teorin
- grafisk presentation av resultat (i rapporter och föredrag)
- GNU Octave är ett icke-kommersiellt alternativ

# Matlab

- lär programmering
- tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna
- stark koppling till den matematiska teorin
- grafisk presentation av resultat (i rapporter och föredrag)
- GNU Octave är ett icke-kommersiellt alternativ
- Chalmers Matlablicens inkluderar studentlicens

# Matlab

- lär programmering
- tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna
- stark koppling till den matematiska teorin
- grafisk presentation av resultat (i rapporter och föredrag)
- GNU Octave är ett icke-kommersiellt alternativ
- Chalmers Matlablicens inkluderar studentlicens
- vi använder **inte** symbolisk datorberäkning (Mathematica, Maple, ...)



# Kurslitteratur

- R. A. Adams, “Calculus: A Complete Course”
- D. C. Lay, “Linear Algebra and Its Applications”
- P. Jönsson, “Matlab — beräkningar inom teknik och naturvetenskap”

Köp dem genast. Paket: Adams+Lay 1100 kr. Jönsson drygt 300 kr.