

Introduktionsföreläsning

Stig Larsson

Matematiska vetenskaper
Chalmers tekniska högskola
Göteborgs universitet

Inledande matematik M+TD

Matematikkurser

Årskurs 1

- ▶ Läsperiod 1
 - ▶ Inledande matematik
 - ▶ (Programmering i Matlab M)
- ▶ Läsperiod 2
 - ▶ Matematisk analys i en variabel
 - ▶ (Termodynamik M)
- ▶ Läsperiod 3
 - ▶ Linjär algebra
 - ▶ (Mekanik och hållfasthetslära 1 M)
- ▶ Läsperiod 4
 - ▶ Matematisk analys i flera variabler
 - ▶ (Mekanik och hållfasthetslära 2 M)

Nya kurser från och med 2007-08: använda datorberäkning med Matlab

Undervisning

- ▶ Föreläsning 3 per vecka
- ▶ Datorövning 1 per vecka
- ▶ Räkneövning 2 per vecka
- ▶ TD: en lektion i programmering per vecka
- ▶ SI (kompletterande studier separat från matteundervisningen)

Detaljerat program på kurswebsidan.

Datorn

- ▶ ett beräkningsverktyg
- ▶ nya möjligheter att använda matematik
- ▶ behov av att reformera undervisningen i matematik och teknik

Moderniserad matematikkurs

- ▶ inte bara formler
- ▶ generella ekvationer inte bara specialfall
- ▶ konstruktiv matematik: konstruera lösning till ekvation med hjälp av algoritm
- ▶ datorberäkning med samma algoritm
- ▶ använda matematiken på problem från tekniken

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel:

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Men kvadratroten kan oftast ej beräknas exakt!

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Men kvadratroten kan oftast ej beräknas exakt!

Annat exempel: $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel:

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Men kvadratroten kan oftast ej beräknas exakt!

Annat exempel: $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Men kvadratroten kan oftast ej beräknas exakt!

Annat exempel: $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form: $f(x) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Men kvadratroten kan oftast ej beräknas exakt!

Annat exempel: $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form: $f(x) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Intervallhalveringsmetoden. Successiv approximation. Newtons metod.
Konvergens. Datorberäkning.

Algebraisk ekvation

Enkelt exempel: $x^2 + ax + b = 0$

Lösningsformel: $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

Men kvadratroten kan oftast ej beräknas exakt!

Annat exempel: $x^5 + ax^4 + b = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form: $f(x) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Intervallhalveringsmetoden. Successiv approximation. Newtons metod.
Konvergens. Datorberäkning.

Tillämpning: jämviktsekvationer i termodynamik och mekanik

Differentialekvation

Enkelt exempel: $u''(t) + u(t) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel:

Differentialekvation

Enkelt exempel: $u''(t) + u(t) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: $u(t) = u_0 \cos(t)$

Differentialekvation

Enkelt exempel: $u''(t) + u(t) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel: $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel:

Differentialekvation

Enkelt exempel: $u''(t) + u(t) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel: $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Differentialekvation

Enkelt exempel: $u''(t) + u(t) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel: $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form: $u'(t) = f(t, u(t))$

Lösningsformel: ingen.

Eulers metod. Datorberäkning.

Differentialekvation

Enkelt exempel: $u''(t) + u(t) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: $u(t) = u_0 \cos(t)$

Annat exempel: $u''(t) + \sin(u(t)) = 0$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$

Lösningsformel: ingen.

Generell form: $u'(t) = f(t, u(t))$

Lösningsformel: ingen.

Eulers metod. Datorberäkning.

Tillämpning: dynamiska förlopp i termodynamik, rörelsekvationer i mekanik, reaktionskinetik.

Partiell differentialekvation

Exempel:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Lösningsformel:

Partiell differentialekvation

Exempel: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

Lösungsformel: $u(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

Partiell differentialekvation

Exempel: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

Lösningsformel: $u(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

Generell form: $-\nabla \cdot (a(x)\nabla u(x)) = f(x)$

Lösningsformel: ingen.

Finite elementmetoden. Datorberäkning.

Partiell differentialekvation

Exempel:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Lösningsformel:
$$u(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Generell form:
$$-\nabla \cdot (a(x)\nabla u(x)) = f(x)$$

Lösningsformel: ingen.

Finite elementmetoden. Datorberäkning.

Tillämpning: värmeledning, strömning, hållfasthetslära, ...

Beräkning: symbolisk och numerisk

symbolisk beräkning:
$$\int_0^y \frac{dx}{1+x^2} = \left[\arctan x \right]_0^y = \arctan(y)$$

för hand, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- ▶ teori
- ▶ modellering: ställa upp och skriva om ekvationer
- ▶ exakt lösning i enkla specialfall

Beräkning: symbolisk och numerisk

symbolisk beräkning: $\int_0^y \frac{dx}{1+x^2} = \left[\arctan x \right]_0^y = \arctan(y)$

för hand, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- ▶ teori
- ▶ modellering: ställa upp och skriva om ekvationer
- ▶ exakt lösning i enkla specialfall

numerisk beräkning: $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx \sum_n \frac{h_n}{1+x_n^2} = 0.78$

(för hand), [Matlab](#), Mathematica, Maple, Derive, ...

- ▶ approximativ lösning i allmänt fall

Beräkning: symbolisk och numerisk

symbolisk beräkning:
$$\int_0^y \frac{dx}{1+x^2} = \left[\arctan x \right]_0^y = \arctan(y)$$

för hand, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- ▶ teori
- ▶ modellering: ställa upp och skriva om ekvationer
- ▶ exakt lösning i enkla specialfall

numerisk beräkning:
$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx \sum_n \frac{h_n}{1+x_n^2} = 0.78$$

(för hand), [Matlab](#), Mathematica, Maple, Derive, ...

- ▶ approximativ lösning i allmänt fall

Vi använder [inte](#) symbolisk programvara.

Vi gör symboliska beräkningar för hand, numeriska beräkningar i Matlab.

Tillämpad matematik

tillämpning — datorberäkning — matematik

- ▶ generella ekvationer, inte bara förenklade specialfall
- ▶ intressanta tekniska tillämpningar från början
- ▶ når mer avancerade tillämpningar till slut
- ▶ samarbete med teknikkurser: termodynamik, mekanik

Matlab

- ▶ **Matlab** = “**Mat**rix **lab**oratory”
- ▶ **numeriska** matrisberäkningar
- ▶ från kalkylator till programmeringsmiljö
- ▶ har “toolboxes” för olika teknikområden
- ▶ har avancerade verktyg för grafik och användargränssnitt
- ▶ illustrera matematiska begrepp med interaktiva program
- ▶ studenterna skriver sina egna program

Matlab

- ▶ lär programmering
- ▶ tvingar till förståelse av matematiken och algoritmerna
- ▶ stark koppling till den matematiska teorin
- ▶ grafisk presentation av resultat (i rapporter och föredrag)
- ▶ GNU Octave är ett icke-kommersiellt alternativ
- ▶ Chalmers Matlablicens inkluderar studentlicens
- ▶ vi använder [inte](#) symbolisk datorberäkning (Mathematica, Maple, ...)

Kurslitteratur

- ▶ R. A. Adams, "Calculus: A Complete Course"
- ▶ D. C. Lay, "Linear Algebra and Its Applications"