Inledande matematik M/TD

Teorikrav 2010/2011

1. Härled minsta avståndet från en punkt till ett plan eller en rät linje.

2. Visa att om $\lim_{x\to a} f(x) = L$ och $\lim_{x\to a} g(x) = M$, så $\lim_{x\to a}(f(x)+g(x)) = L+M$.

3. Visa att om en funktion är deriverbar i en punkt så är den även kontinuerlig i punkten samt ge ett motexempel som visar att det omvända ej gäller.

4. Visa att $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

5. Visa att $\lim_{h\to 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0$ samt att $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$ och $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$.

6. Formulera och bevisa medelvärdessatsen + formulering av Rolle's sats.

7. Visa att om f är kontinuerlig på $[a, b]$, deriverbar på (a, b), och $f'(x) = 0$ för alla $x \in (a, b)$, så är f konstant på $[a, b]$.

8. Bevisa relationerna mellan f':s tecken och f växande/avtagande.

9. Visa att $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$.

10. Bevisa de egenskaper som visar att $\ln x$ uppför sig som en logaritm.

11. Bevisa de egenskaper som visar att $\exp(x)$ uppför sig som en exponentialfunktion.

12. Visa att om en funktion är Lipschitz-kontinuerlig på ett intervall så är den även kontinuerlig intervallet samt ge ett motexempel som visar att det omvända ej gäller.

13. Kombinationer av Lipschitz-kontinuerliga funktioner (Beräkningsmatematik, Kapitel 2, Sats 3, alla utom (c)).

14. Beräkning av Lipschitz-konstant med hjälp av derivata (Beräkningsmatematik, Kapitel 2, Sats 4).

15. Formulera och bevisa Bolzano's sats (för Lipschitz-kontinuerliga funktioner).

16. Formulera och bevisa satsen om mellanliggande värden (för Lipschitz-kontinuerliga funktioner).

17. Formulera och bevisa kontraktionsavbildningssatsen.

Dessutom skall man kunna definiera alla funktioner och begrepp som vi har gått igenom i kursen.