

## TMV225/176 Inledande matematik M/TD

### Tentamen

---

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p, och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilket tillsammans ger maximala 50p. Till detta läggs de bonuspoäng (maximalt 6p) som tjänats ihop genom kursens tre duggor. Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet.

*Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter.*

*Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper. Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.*

Några tips och generella regler:

- Gör först de uppgifter som du tycker är lätta.
- Dubbelkolla dina svar på de uppgifter där endast svar skall lämnas.
- Alla svar skall ges på enklast möjliga form (förenkla).

*Lycka till!*

Anders

## TMV225/176 Inledande matematik M/TD

### Tentamensuppgifter

---

1. Lös olikheten  $x^3 > 4x$ . (3p)
  2. Bestäm värdet av  $\tan(\cos^{-1}(-0.6))$ . (3p)
  3. Bestäm (den minsta möjliga) Lipschitz-konstanten för funktionen  $f(x) = \sqrt{x}$  på intervallet  $I = [1, 2]$ . (3p)
  4. Skriv en MATLAB-funktion som implementerar funktionen  $f(x) = |x|$ , utan att använda MATLABs inbyggda `abs`-funktion. (3p)
  5. Låt  $f(x) = x^3 + x - 9$ . Bestäm  $(f^{-1})'(1)$ . (3p)
  6. Bestäm derivatan av funktionen  $f(x) = 2^{(x+1)(x-1)}$ . (3p)
  7. Bestäm gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}$ . (3p)
  8. Bestäm värdet av 2:a ordningens Taylor-polynom för  $f(x) = 2 \sin x \cos x$  runt  $\bar{x} = 1$  i punkten  $x = 2$ . (3p)
  9. Bestäm värdet av serien  $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi^3}{2^6 3!} + \frac{\pi^5}{2^{10} 5!} - \frac{\pi^7}{2^{14} 7!} + \dots$  (3p)
  10. Bestäm konvergensradien för serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+2}{2}\right)^n$ . (3p)
- 
11. Skriv ett program som löser ekvationen  $x^2 = 2$  för  $x > 0$  med fixpunktsiteration med (ca) 10 decimalers noggrannhet. (3p)  
Bevisa att iterationen konvergerar, genom att visa att förutsättningarna för Banachs fixpunktssats är uppfyllda (2p). (5p)
  12. Formulera Taylors sats (1p).  
Beskriv de olika stegen i beviset av Taylors sats (1p) och genomför beviset (3p). (5p)
  13. Visa att  $f(x) = x^\alpha$  är Lipschitz-kontinuerlig på  $[\epsilon, 1]$  för  $0 < \alpha < 1$  och  $0 < \epsilon < 1$ . (5p)
  14. Hur många inflexionspunkter har grafen till funktionen  $f(x) = \sin(\ln(x))$ ? (1p)  
Bestäm samtliga inflexionspunkter. (4p) (5p)

## TMV225/176 Inledande matematik M/TD

### Svar till tentamensuppgifter 1-10

---

Tentamenskod: .....

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		