

Repetitionskurs i matematik

Föreläsare: Anders Logg

I00 logg@chalmers.se

Kunshemsida: Google "tmv225"

#tmv225 (Obs! 1415)

* Idag: Genomgång av typuppgifter

I.00 (från diagnostiskt prov)

- Andragradsekvationer
- Råta Linjens ekvation
- Trigonometri
- Logaritmer

* Andragradsekvationer

Lös $ax^2 + bx + c = 0$

Dividera med a:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + b'x + c' = 0$$

Kvadratkomplettera:

$$x^2 + b'x + c' + \left(\frac{b'}{2}\right)^2 = \left(\frac{b'}{2}\right)^2$$

$$\left(x^2 + \left(\frac{b'}{2}\right)^2 + b'x\right) = \left(\frac{b'}{2}\right)^2 - c'$$

Jämn kvadrat:

$$\left(x + \frac{b'}{2}\right)^2 = \left(\frac{b'}{2}\right)^2 - c'$$

$$x + \frac{b'}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{b'}{2}\right)^2 - c'}$$

$$x = -\frac{b'}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b'}{2}\right)^2 - c'}$$

MEMORERA!

* Räta linjens ekvation

(1) $ax + by = c$

(2) $y = kx + m$

Notera: (2) fungerar ej om linjen är vertikal

($k = \infty$)

Notera: (2) kan alltid

skrivas på formen (1)

Notera: (1) är ej entydig

$$2x + 3y = 5$$

$$4x + 6y = 10$$

beskriver båda samma linje!

Exempel:

Linje genom punkterna

$(2, 3), (4, 11)$

Bestäm k :

$$k = \frac{11-3}{4-2} = \frac{8}{2} = 4$$

(implicerar)
 $\Rightarrow y = 4x + m$

$$3 = 4 \cdot 2 + m$$

$$m = 3 - 8 = -5$$

(därför)

$$\therefore y = 4x - 5$$

Svar: $4x - y = 5$

Markera svar tydligt!

Exempel:

Linje genom punkterna

$(2, 3), (2, 11)$

Kan ej bestämma k !

$$\begin{cases} 2a + 3b = c \\ 2a + 11b = c \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2a + 3b - (2a + 11b) &= c - c = 0 \\ -8b &= 0 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2a = c$$

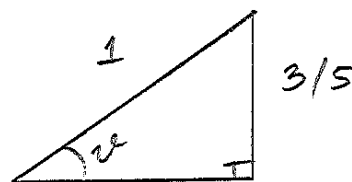
$$\therefore ax = 2a \quad (a \neq 0)$$

Svar: $x = 2$

* Trigonometri

$$\sin v = 3/5$$

Bestäm $\tan v$!



$$\begin{aligned} \cos v &= \sqrt{1 - \sin^2 v} \\ &= \sqrt{1 - 9/25} \\ &= \sqrt{16/25} \\ &= 4/5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tan v = \frac{\sin v}{\cos v} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$$

Svar: $\tan v = 3/4$

* Logaritmer

$$\begin{cases} \ln(ab) = \ln a + \ln b \\ \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \\ \ln a^p = p \ln a \end{cases}$$

Bör kunna utantill!

Notera:

$$\ln(a+b) \neq \ln a + \ln b$$

(i allmänhet)

Notera:

$\ln a$ definierad endast för $a > 0$

Exempel:

Lös ekvationen

$$2 \ln(x-1) + \ln(x+1) = 3 \ln x$$

Kräver att

$$\begin{cases} x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \\ x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x > 1$$

$$2 \ln(x-1) + \ln(x+1) = 3 \ln x$$

$$\ln(x-1)^2 + \ln(x+1) = \ln x^3$$

$$\ln((x-1)^2(x+1)) = \ln x^3$$

\ln strikt växande

$$\Rightarrow (x-1)^2(x+1) = x^3$$

$$(x-1)(x^2-1) = x^3 \quad \therefore \text{ Saknar lösning!}$$

$$\cancel{x^2} - x - \cancel{x^2} + 1 = x^3$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}(\pm)\sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} < 1 \quad (\text{ngyllene snittet!})$$