CHALMERS

Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

Dugga 1

9 september 2017,

Maskinteknik 12:00–14:00,
Teknisk fysik & Teknisk matematik 13:00–15:00

OBS! Studenterna som läser Maskinteknik får inte lämna salen före 13:30.

Skrivtid: 120 min
Inga hjälpmedel tillåtna.
OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.
Anders Logg: 031-7725346 (främst M, 12:00–14:00)
Jana Madjarova: 031-7723531 (främst F och TM, 13:00–15:00)

Namn och program: ....

Personnummer: ....

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Uttrycket $(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ är för $a = 3 - \sqrt{15}$, $b = 3 + \sqrt{15}$, lika med

   (a) $2\sqrt{15}$; (b) 8; (c) $\frac{1}{2}$; (d) inget av (a)-(c).

2. Talet $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ är lika med

   (a) $2\sqrt{6}$; (b) $4\sqrt{3}$; (c) 6; (d) inget av (a)-(c).

3. Talet $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} - \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ är lika med

   (a) $2\sqrt{6}$; (b) $2\sqrt{3}$; (c) 12; (d) inget av (a)-(c).

4. Ekvationen $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1} = 0$ har lösningarna

(a) $\pm\sqrt{3}$; (b) $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; (c) annat tal; (d) ekvationen har ingen reell lösning.

5. Den minsta positiva heltalslösningen till olikheten $\sqrt{x^2 + 4x - 5} > x - 6$, är

(a) 6; (b) 3; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).

6. För alla reella x gäller att

(a) $16x^2 - 8x + 1 > 0$; (b) $8x^2 + 3x - 2 > 0$;
(c) $-2x^2 + 3x - 7 < 0$; (d) inget av (a)-(c).

7. Talet $4^{\log_{0,5} 3} + \log_3\left(\dfrac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{9}\right)$ är lika med är

(a) $-\dfrac{2}{9}$; (b) $\dfrac{8}{3}$; (c) $\dfrac{1}{9}$; (d) inget av (a)-(c).

8. Den minsta lösningen till ekvationen $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x) = 1$ är

(a) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$; (b) 1; (c) 0; (d) inget av (a)-(c).

9. Om $\sin\alpha = t$, och $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$, så har $\cot\alpha$ värdet

(a) $\dfrac{\sqrt{1-t^2}}{t}$; (b) $-\dfrac{\sqrt{1-t^2}}{t}$; (c) $-\dfrac{\sqrt{1-t^2}}{|t|}$; (d) annat värde.

10. Om α är vinkel i en triangel och $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{6}\right) = -3\cos\alpha$, så är α lika med

(a) $\dfrac{\pi}{3}$; (b) $\dfrac{2\pi}{3}$; (c) annan vinkel; (d) det finns ingen sådan vinkel.

11. Talet $\dfrac{1-i}{\sqrt{3}+i}$ är lika med

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$; (b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{3\pi}{12}}$; (c) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{5\pi}{12}}$; (d) inget av (a)-(c).

12. Funktionen $f(x) = \log_{x-1}(2x^2 - x + 1)$ är definierad för

(a) alla reella x; (b) alla $x > 0$; (c) alla $x \geq 0$; (d) inget av (a)-(c).

13. Olikheten $x^2 - 6 > |x|$ har samma lösningar som olikheten

(a) $x^2 - x - 6 > 0$; (b) $x^2 + x - 6 > 0$;
(c) $(x^2 - 6)^2 - x^2 > 0$; (d) ingen av (a)-(c).

14. En rätvinklig triangel har hypotenusa med längden 12 längdenheter. Höjden mot hypotenusan är då högst

(a) 4 l.e.; (b) 6 l.e.; (c) 8 l.e.; (d) kan ej avgöras.

15. Om α och β är vinklar i en triangel och $\sin\alpha > \sin\beta$, så följer att

(a) $\alpha > \beta$; (b) $\alpha = \beta$; (c) $\alpha < \beta$; (d) kan ej avgöras.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{1}{7} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{21} + \frac{5}{14}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal.

Svar:

17. Lös ekvationen

$$2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} = 1.$$

Ange den minsta lösningen.

Svar:

18. Finn alla reella lösningar till ekvationen $\sqrt{x^2+9} - \sqrt{x^2-7} = 2$. Ange den minsta lösningen.

Svar:

19. Lös ekvationen $2\cos^2 x + \cos 2x = 0$. Ange summan av alla lösningar som ligger i intervallet $[0, 2\pi]$.

Svar:

20. Om $\log_2 7 = a$ och $\log_2 11 = b$, uttryck och ange $\log_7 11$ i termer av a och b.

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös olikheten

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} \leq \frac{8}{x^2-1}\,.$$

DUGGA 1, 9 SEPTEMBER 2017 - SVAR

A.

1b
2c
3d
4b
5d
6c
7a
8d
9b
10b
11c
12d
13d
14b
15a

B.

16: $-\frac{22}{17}$

17: 1

18: -4

19: 4π

20: $\frac{b}{a}$

C. *Lösning:* Vi flyttar över alla termer till vänsterledet och skriver uttrycket på gemensam nämnare. Vi får då olikheten

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{x^2-x-6}{x^2-1} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-1)(x+1)} \leq 0.$$

För att kvoten i vänsterledet ska vara negativ krävs att ett udda antal faktorer av de fyra är negativa. Eftersom likhet är tillåten kan täljaren även vara lika med 0. Teckenstudie i intervallen mellan faktorernas nollställen (och $\pm\infty$), som är

$$(-\infty, -2], \quad [-2, -1), \quad (-1, 1), \quad (1, 3], \quad [3, \infty),$$

ger att lösningsmängden till olikheten är

$$[-2, -1) \cup (1, 3].$$

Dugga 1, 9 september 2017 - SVAR

A.

1b
2c
3d
4b
5d
6c
7a
8d
9b
10b
11c
12d
13d
14b
15a

B.

16: $-\frac{22}{17}$
17: 1
18: -4
19: 4π
20: $\frac{b}{a}$

C. *Lösning:* Vi flyttar över alla termer till vänsterledet och skriver uttrycket på gemensam nämnare. Vi får då olikheten

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{x^2-x-6}{x^2-1} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-1)(x+1)} \leq 0.$$

För att kvoten i vänsterledet ska vara negativ krävs att ett udda antal faktorer av de fyra är negativa. Eftersom likhet är tillåten kan täljaren även vara lika med 0. Teckenstudie i intervallen mellan faktorernas nollställen (och $\pm\infty$), som är

$$(-\infty, -2], \quad [-2, -1), \quad (-1, 1), \quad (1, 3], \quad [3, \infty),$$

ger att lösningsmängden till olikheten är

$$[-2, -1) \cup (1, 3].$$