

1. Betrakta ekvationen för pendeln

$$x'' + p_1 x' + p_2 \sin(x) = 0$$

Skriv först om ekvationen som ett system och skriv sedan in systemet i en ny fil med namnet "pendeln.m".

- (a) Låt datorn rita banor för den odämpade pendeln,  $p_2 = 1$ ,  $p_1 = 0$  med olika startvärden. Tänk noga igenom vad kurvorna betyder fysikaliskt. Välj x-axel från t.ex.  $-\pi$  till  $3\pi$  ( $\pi$  skrivs pi i matlab) och stoppTid=20. Rita också lösningskurvorna med kommandot *tid*.
- (b) Rita banor och lösningskurvor för den dämpade pendeln ( $p_2 = 1$ ,  $p_1 > 0$ ).

2. Betrakta följande system (Hopf's system)

$$\begin{cases} y_1' = -y_2 + y_1(p_1 - y_1^2 - y_2^2), \\ y_2' = y_1 + y_2(p_1 - y_1^2 - y_2^2). \end{cases}$$

- (a) Låt datorn rita banor för olika startvärden och studera hur banorna ändras då  $p_1$  antar olika värden i intervallet  $[-1, 1]$ .
- (b) Inför polära koordinater och försök förklara banornas utseenden. Undersök vad som händer då  $t \rightarrow \infty$  i fallen  $p_1 < 0$ ,  $p_1 = 0$ ,  $p_1 > 0$ . Jämför med datorns figurer.

3. Betrakta följande system (Rossler's system)

$$\begin{cases} y_1' = -(y_2 + y_3), \\ y_2' = y_1 + 0.2y_2, \\ y_3' = 0.2 + y_3(y_1 - p). \end{cases}$$

Rita banor i  $y_1 y_2$ -planet med startvärdet  $(-7, 0, 7)$  då parametern  $p$  växer från 2 till 4.5. Det finns en periodisk gränscykel för varje värde på parametern  $p$ . Denna gränscykelns period fördubblas upprepade gånger då parametern passerar olika gränslägen. Försök se denna periodfördubbling. (Använd kommandot *forts* för att redolra gränscykeln.)

4. Betrakta systemet

$$u'' + A^2 u = 0$$

$$\text{där } u = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ och } A = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_3 & p_4 \end{bmatrix}$$

Studera först fallet  $p_2 = p_3 = 0$  och rita banor (gärna med kommandot *komet*) i  $xy$ -planet med startpunkterna

$$x(0) = 2, y(0) = 2, x'(0) = 0, y'(0) = 0$$

$$x(0) = 2, y(0) = 2, x'(0) = 1, y'(0) = 0$$

och med olika parametervärden som till exempel

$$p_1 = 3, p_4 = 5$$

$$p_1 = 3, p_4 = 9$$

$$p_1 = \sqrt{10}, p_4 = 5$$

Sätt upp en hypotes i följande stil:

i fallet  $p_2 = p_3 = 0$  är varje bana sluten om  $p_1/p_4$  är  $\dots$ .

Vad händer om du inte antar att  $p_2 = p_3 = 0$ ?