L(9/G)MA10 Kombinatorik och geometri
Gruppövning 2

Kombinatorik handlar om att svara på frågan ”Hur många?” i olika sammanhang och inte minst om att visa identiteter genom att räkna samma sak på olika sätt.

Några kommentarer till Vretblad-Ekstigs bok

5.2

Här presenteras *multiplikationsprincipen* som är fundamental för nästan all kombinatorik.

5.3

Här behandlas permutationer. Formeln i rutan på sidan 119 bör inte betraktas som definition av $P(n, k)$ utan som ett sätt att beräkna den.

$P(n, k)$ *definieras* som antalet sätt att välja k element från n element *med* hänsyn till ordningen.

I avsnittet nämns också *additionsprincipen,* en annan fundamental kombinatorisk princip.

Övningar

1. Hur många fyrsiffriga tal finns det?
   Hur många av dessa börjar med 2 eller 3?

2. Hur många udda tal finns det mellan 100 and 999? Hur många av dessa har inte två siffror lika?

3. Lärarstudenter skall välja två kurser. De kan välja bland fyra matematikkurser och tre didaktikkurser. På hur många sätt kan dom göra det?

   Vad händer om reglerna ändras så att dom måste välja en matematikurs och en didaktikkurs?

4. Frysdisken i livsmedelsaffären innehåller tio olika sorters pizza, fem olika sorters hamburgare och sex olika sorters vegetariska rätter.
   På hur många sätt kan man välja
   (a) en maträtt av vardera slaget? (b) en maträtt?
   (c) tre maträtter? (d) tre olika maträtter?

   Varning. Uppgift 4(c) är nog svår. Vi skall senare se hur man kan lösa denna typ av problem mer systematiskt.

5. Man väljer fyra kort från en vanlig kortlek.
   Hur många sådana händer innehåller ett kort av varje färg?
   Hur många av dessa innehåller exakt två ess?
   Hur många innehåller minst två ess?

6. Skriv följande som kvoter av fakulteter.
   (a) $13 \cdot 12 \cdot 11$ (b) $30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27$

7. Förenkla
   (a) $\dfrac{10!}{7!}$ (b) $\dfrac{(n+3)!}{n!}$ (c) $\dfrac{(n+2)!}{(n-2)!}$

8. Hur många ord med åtta respektive elva bokstäver kan man bilda av bokstäverna i orden
   (a) DISCRETE? och (b) MATHEMATICS?

9. Du köper 40 olika varor. Du behåller 13 av dem och dina tre kompisar tar 9 var. På hur många sätt kan ni fördela varorna mellan er?

10. Vid nästa besök i affären köper du 43 olika saker och packar dom i fem (likadana) plastpåsar. Två av dom innehåller 8 varor och tre av dom 9 varor. På hur många sätt kan man packa påsarna?

11. Hur många fyrsiffriga tal kan bildas av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5 och 6 om upprepning av siffrorna
    (a) inte är tillåten? (b) är tillåten

12. Hur många fyrsiffriga tal som är större än 3000 och har alla siffror olika kan bildas av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6 och 7?

13. Man bildar sexsiffriga tal av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 och 8. Siffrorna får bara användas en gång. Hur många sådana tal innehåller inte båda siffrorna 1 och 2?

Förslag till svar:

1. (a) 9000 (b) 2000
2. (a) 450 (b) 320
3. 21 och 12
4. (a) 300 (b) 21 (c) 1771 (d) 1330
5. (a) 28 561 (b) 864 (c) 913 OBS. Det blir inte $\binom{4}{2} 13^2$
6. (a) $\frac{13!}{10!}$ (b) $\frac{30!}{26!}$
7. (a) 720 (b) $n^3 + 6n^2 + 11n + 6$ (c) $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$
8. (a) 20160 (b) 4 989 600
9. $\frac{40!}{13!(9!)^3}$
10. $\frac{43!}{(8!)^2(9!)^3 2!3!}$
11. (a) 360 (b) 1296
12. 600
13. 9360