

Tentamen Aritmetik och algebra 7,5hp
LGMA10, L9MA10, VT16, Laura Fainsilber
2016-06-07, kl.08.30–12.30

Hjälpmedel: inga hjälpmedel.

Telefonvakt: Mattias Lennartsson, tel.x5325

Förklara hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalitet och förklaring av lösningarna.

Du som är godkänd på minst 6 av 7 veckouppgifter vårterminen 16 behöver inte svara på den preliminära delen och behöver 15p från G-delen för att bli godkänd. Du som är godkänd på 4 eller 5 veckouppgifter vårterminen 16 behöver minst 15p från G-delen och totalt 18p från preliminär delen och G-delen. Du som är godkänd på färre än 4 veckouppgifter vårterminen 16 behöver minst 15p från G-delen och totalt 20p från preliminär delen och G-delen.

För betyget VG krävs godkänd och 22p från G-delen och VG-delen.

• **Preliminär del:** (8p)

1. Skriv talet 2016 i 5-bas. (2p)
2. Skriv talet $\frac{20160608}{13}$ i decimalform (2p)
3. Förenkla så långt det går : $\frac{x^2-16}{(x+2)(x^3-8)}$ (2p)
4. Förenkla $\sqrt{x^3\sqrt{x\sqrt{x}}}$ (2p)

• **Frågor för betyget G (och VG):** (20p)

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar. (6p)
2. Bevisa med induktion att $2^n \geq n^3$ för varje heltal $n \geq 10$. (4p)
(Tips: observera att $k^3 > 9k^2$ för $k \geq 10$.)
3. Hitta $\text{SGD}(91, 299)$ och alla par av koefficienter (u, v) sådana att (4p)
 $299 \cdot u + 91 \cdot v = \text{SGD}(91, 299)$.
4. Lös olikheten $|x^2 - 4| \leq 1$ för reella tal x . (2p)
5. Funktionen $f(x) = x^2 + 14x + 39$ är skriven i formen $x^2 + px + q$. Skriv om den till faktoriserad form och till kvadratkompletterad form, skissa på funktionens graf och ange för- och nackdelar med de olika formerna för funktionen. (4p)

V.G. Vänd för VG-frågor!

• **Frågor för betyget VG: (10p)**

1. Lös ekvationen $z^6 = -5$ för komplexa tal z . (5p)
2. Visa att det för varje naturligt tal n finns en följd med n successiva sammansatta tal (dvs n tal i rad utan primtal). (5p)

Anonym kod	Tentamen LGMA10/L9MA10 V16 2015-06-07	sid.nummer 1	Poäng
------------	---------------------------------------	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall svar anges på anvisad plats

- (a) Vad innebär följande påstående för reella tal? Stämmer den? Förklara varför den stämmer eller rätta till den om den inte stämmer.

$$\forall x, \forall y, \exists z, y \cdot z = x$$

(2p)

Svar:

.....

- (b) Låt $z = 1 + i\sqrt{3}$. Skriv z i polär form och beräkna z^2, z^3, z^4, z^5, z^6 .
Placera var och en i det komplexa talplanet. (2p)

Svar:

.....

- (c) Ge tre exempel på bijektiva funktioner av olika sorter. (2p)
För var och en, ange definitionsmängden, värdemängden och funktionens invers.

Svar: