MATEMATIK, Göteborgs universitet

Tentamen Aritmetik och algebra 7,5hp
LGMA10, L9MA10, VT17, Laura Fainsilber

2017-03-10, kl.8.30-12.30

Hjälpmedel: inga hjälpmedel. Telefonvakt: Hjalmar Rosengren, tel.x5358

Förklara hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalité och förklaring av lösningarna.

Du som är godkänd på minst 6 av 7 veckouppgifter vårterminen 16 behöver inte svara på den preliminära delen och behöver 15p från G-delen för att bli godkänd. Du som är godkänd på 4 eller 5 veckouppgifter vårterminen 16 behöver minst 15p från G-delen och totalt 18p från preliminärdelen och G-delen. Du som är godkänd på färre än 4 veckouppgifter vårterminen 16 behöver minst 15p från G-delen och totalt 20p från preliminärdelen och G-delen.

För betyget VG krävs godkänd och 22p från G-delen och VG-delen.

- **Preliminär del:** (8p)

P-1 Visa två olika grafiska sätt att lösa olikheten $|x-3| \leq 5$ (2p)

P-2 Skriv talet 2017 i det Babylonska talsystemet (2p)
(med symboler som liknar en spik för 1, en vinge för 10 och bas 60)

P-3 För vilka par av reella tal (a, b) gäller $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$? (2p)

P-4 Vad är decimalutvecklingen för talet $\frac{43233}{11}$? (2p)

- **Frågor för betyget G (och VG):** (20p)

G-1 Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar. (6p)

G-2 Skissa en graf för funktionen $f(x) = x^5 + 2$ och en graf för funktionen $g(x) = \sqrt[5]{x-2}$. Förklara hur du tänker. (3p)

G-3 Hitta alla lösningar i $\mathbb{C}$ till ekvationen $X^4 + 1 = 0$.
Rita det komplexa planet och placera dina lösningar. (3p)

G-4 Uprätta en multiplikationstabell för alla tal modulo 7.
Ange alla par av tal som är inversa till varandra (dvs $a \cdot b = 1$). (4p)

G-5 Skriv om påståendet $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1$ med hjälp av summatecknet och bevisa med induktion att det gäller för varje naturligt tal n. (4p)

V.G. Vänd för VG-frågor!

- **Frågor för betyget VG:** (10p)

VG-1 Din elev påstår att man kan se om ett tal n är delbart med 7 genom att låta m vara det tal man får när man suddar bort entalssiffran s i n, subtraherar $2s$ och kollar om det nya talet är delbart med 7. Kan du kolla om det alltid stämmer?

Exempel: $n = 252$ ger $m = 25 - 2 \cdot 2 = 21$ som är delbart med 7.

Tips: Använd $n - 3m$. (5p)

VG-2 Låt $P(X) = X^3 - 2X^2 - X + 2$ och $R_a(X) = X^3 + aX - 2$ för något $a \in \mathbb{R}$.

Hitta alla a för vilka P och R_a har en icke-trivial största gemensamma delare och ange denna. (5p)

Anonym kod	Tentamen LGMA10/L9MA10	sid.nummer 1	Poäng

G-1 Till nedanstående uppgifter skall svar anges på anvisad plats

a) Vilka av följande påstående är sanna, alternativt falska, för $x, y \in [1, 2)$?
Förklara kort eller ge ett exempel för varje. (2p)

- $\forall x, \exists y, y > x$
- $\forall x, \forall y, y > x$
- $\exists x, \forall y, y \geq x$
- $\exists x, \forall y, y < x$

. . . .

b) Ge ett exempel på ett polynom med rationella koefficienter som är reducibelt över $\mathbb{R}$ men saknar reella nollställe. Faktorisera polynomet över $\mathbb{C}$ så långt det går. (2p)

Svar:

. . . .

c) Låt A, B och C vara tre mängder. Illustrera med ett Venndiagram mängden

$$(A \cap B \backslash C) \cup (A \cap C \backslash B) \cup (C \cap B \backslash A)$$

Svar: