

Omtentamen Aritmetik och algebra 7,5hp
LGMA10, L9MA10, VT17, Laura Fainsilber

2017-06-07, kl.8.30-12.30

Hjälpmedel: inga hjälpmedel.

Telefonvakt: Raad Salman, tel.x5325

Förklara hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalitet och förklaring av lösningarna.

Du som är godkänd på minst 6 av 7 veckouppgifter vårterminen 16 behöver inte svara på den preliminära delen och behöver 15p från G-delen för att bli godkänd. Du som är godkänd på 4 eller 5 veckouppgifter vårterminen 16 behöver minst 15p från G-delen och totalt 18p från preliminär delen och G-delen. Du som är godkänd på färre än 4 veckouppgifter vårterminen 16 behöver minst 15p från G-delen och totalt 20p från preliminär delen och G-delen.

För betyget VG krävs godkänd och 22p från G-delen och VG-delen.

• **Preliminär del:** (8p)

P-1 Översätt talet 3, talet 62, talet 121 och talet 3661 till det Babylonska talsystemet och förklara varför talen liknar varandra. (2p)

P-2 Använd summatecknet \sum för att skriva $x^5 + x^6 + x^7 + \dots + x^{100}$ (2p)

P-3 Förenkla $\sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$ (2p)

P-4 Skriv $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ med heltalsnämnare (2p)

• **Frågor för betyget G (och VG):** (20p)

G-1 Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar. (6p)

G-2 Skissa grafen för funktionen $f(x) = |x^2 + 6x + 4|$ med hjälp av kvadratkomplettering och lös olikheten $|x^2 + 6x + 4| \leq 4$ (4p)

G-3 Lös ekvationen $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ (2p)

G-4 Ange dels en diofantisk ekvation som inte har några lösningar, dels en som har oändligt många lösningar. Lös den. (4p)

G-5 Visa att konjugatet av en produkt av två komplexa tal är produkten av konjugaten och att absolutbeloppet av en produkt av två komplexa tal är produkten av de två absolutbeloppen, dvs $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. (4p)

V.G. Vänd för VG-frågor!

• **Frågor för betyget VG: (10p)**

VG-1 Låt n och m vara naturliga tal och antag att \sqrt{nm} är ett irrationellt tal. Utred om talet $\sqrt{\frac{m}{n}}$ och/eller talet $\sqrt{n} + \sqrt{m}$ måste vara irrationellt. Bevisa ditt påstående. (5p)

VG-2 Låt a vara ett positivt tal och betrakta funktionen $f(x) = \frac{x}{x-a}$ definierad för $x > a$. Funktionen $f(x)$ har en invers funktion $f^{-1}(x)$. Utred hur skärningspunkter mellan graferna för f och f^{-1} ser ut berorende på a . (5p)

Anonym kod	Tentamen LGMA10/L9MA10	sid.nummer 1	Poäng
------------	-------------------------------	------------------------	-------

G-1 Till nedanstående uppgifter skall svar anges på anvisad plats

- a) Förklara följande villkor och skissa en växande funktion f som uppfyller villkoret

$$\exists N, \forall x, |f(x)| < N$$

(2p)

Svar:

.....

- b) Ange (2p)

* ett exempel på ett polynom av grad 4 med bara två reella nollställen

* ett exempel på ett polynom med nollställe vid 0, 1, 2 och 3.

.....

- c) För tre mängder A, B, C , illustrera mängden $((A \cup B) \cap C) \cap (A \cap B)$ och uttryck samma mängd på ett enklare sätt. (2p)

Svar: