

# Lösningsförslag Teste Kombinatorik & Geometri 2017-06-08

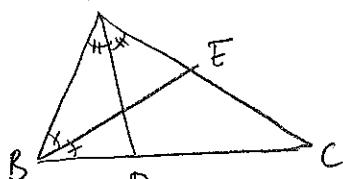
1) Se kurslitteratur

2) SOMMARLOV

a) nio bokstavssord:  $\frac{9!}{2! \cdot 2!} = \frac{9!}{4}$

b) två bokstavssord: Fall 1: ingen dublett; bilda två bokstavssord av 7 bokstäver vilket går på  $7 \cdot 6 = 42$  olika sätt. } Sammantaget  
Fall 2: dublett: 00 eller MM - två olika sätt. } 44 olika sätt.

3)



$|AE| = 6 \quad |AB| = ?$

$|EC| = 4 \quad |BD| = ?$

$|DC| = 4$

Bisektrissatsen  $\Rightarrow \begin{cases} \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \frac{|AB|}{|BD|+4} = \frac{6}{4} \Leftrightarrow |AB| = \frac{6 \cdot |BD| + 24}{4} \\ \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BD|}{|DC|} \Rightarrow \frac{|AB|}{10} = \frac{|BD|}{4} \Leftrightarrow |AB| = \frac{10 \cdot |BD|}{4} \end{cases}$

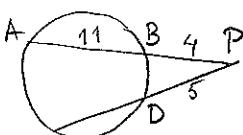
 $\Rightarrow \frac{6 \cdot |BD| + 24}{4} = \frac{10 \cdot |BD|}{4} \Leftrightarrow |BD| = 6 \Rightarrow |AB| = 15$

4) Alice, Bob, Cedrik 9 likadana guldmynt

a) På hur många sätt berhåndtaget "steck i räkningen" 9 0tter och 2 streck ger  $\binom{11}{2} = 55$

b) Var och en får minst ett guldmynt? Dela ut ett guldmynt till var och en. Sen återstår 6 guldmynt att fördela, "steck i räkningen", 6 0tter och 2 streck ger  $\binom{8}{2} = 28$

5)



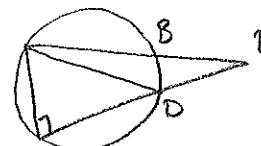
$|AB| = 11$

$|BP| = 4$

$|DP| = 5$

a)  $|CD| = ?$  Kordasatsen  $\Rightarrow |AP||BP| = |CP||DP| \Rightarrow 15 \cdot 4 = (|CD|+5) \cdot 5$

b)  $\angle ACD$  rät, diameter = ?



Thales sats  $\Rightarrow$  AD diameter

$\triangle ACP$  rätvinklig, Pythagoras sats  $\Rightarrow AC = \sqrt{|AP|^2 - |CP|^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

$\triangle ACD$  rätvinklig, Pythagoras sats  $\Rightarrow AD = \sqrt{|AC|^2 + |CD|^2} = \sqrt{9^2 + 7^2} = \sqrt{130}$

6)

Tresiffriga positiva heltal med exakt en förekomst av siffran 0:

Fall 1: 0 i position 1, nio val av siffra i position 2 och 3:  $9 \cdot 9 = 81$

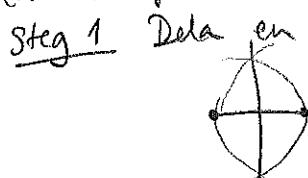
Fall 2: 0 i position 2, nio val av siffra i position 1 och 3:  $9 \cdot 9 = 81$

Sammanlagt:  $81 + 81 = 162$

7)

Diagonalaena i en parallelogram skär varandra mitt i tredjedelen av den givna sidan. Ska hitta diagonalernas skärningspunkt för att sedan hitta den motsidende sidans Först måste ni dela sträckan med längd 8 resp 10:

sträckan mitt i tredjedelen: Dra två cirklar med vandrade ändpunkter som medelpunkt och sträckan som radie. Dra linjen genom de två skärningspunktarna, skärningspunkten mellan linjen och sträckan delar sträckan i två lika delar.



Steg 2 Låt AB vara den givna sträckan med längd 6.

Dra en cirkel med medelpunkt i A och radie 4 och en cirkel med medelpunkt i B och radie 3.

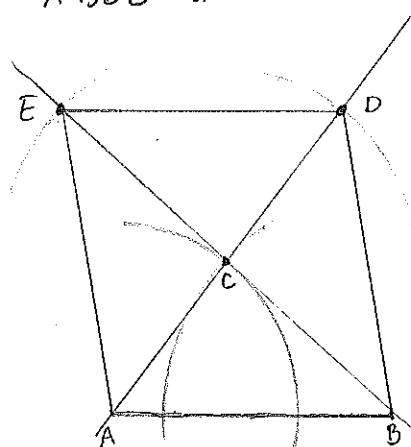
Dessa cirklar skär varandra i två punkter, låt en vara C.

Steg 3 Dra linje genom A och C resp. genom B och C

Steg 4 Dra cirklar med medelpunkt i C och med radie  $|AC|$  resp.  $|BC|$ . Den första cirkeln ger skärningspunkt D på linjen AC och den andra cirkeln ger skärningspunkt E på linjen BC. DE är motstående sida i den sökta parallelogrammen

Steg 5 Dra sträckorna AE, DE och BD

ABCDE är den sökta parallelogrammen.



8) 100 papperslappar numrerade 1, 2, 3, ..., 100

$$\left. \begin{array}{rcl} 1 & - & 100 \\ 2 & - & 99 \\ 3 & - & 98 \\ 4 & - & 97 \\ \vdots & & \end{array} \right\} 50 \text{ par vars summa blir } 101$$

Så fort vi väljer två lappar från samma par så får vi två tal vars summa blir 101.

Om vi väljer en lapp ur varje par så kan två av talen inte summeras till 101

Alltså är det maximala antalet lappar vi kan välja 50.