

Explorativa Övningar till Aritmetik och Algebra

efter en uppgiftssamling utarbetad av Juliusz Brzezinski

5 februari 2019

Innehåll

1	FUNKTIONER OCH FUNKTIONSBEGREPPET
---	-----------------------------------

5

Kapitel 1

FUNKTIONER OCH FUNKTIONSBEGREPPET

Övning A Vad är en funktion?

- Nedan följer beskrivningar av vad en funktion är för något, tagna ut olika läroböcker. Diskutera vilken syn på funktioner de olika beskrivningar ger:
 - M2a, gymnasiebok: Inom ett exempel om pris för bilhyra: Om kostnaden beteckas K , gäller att “ K är en funktion av x .” Vi kan skriva att $K = 580 + 15x$. Eftersom K beror av x kan vi skriva $K = 580 + 15x$. $K(x)$ utläses “ k av x ” eller “ kx ”. Lägg märke till att $K(8)$ är ett skrivsätt. Det är inte en multiplikation! Vanligast är att använda bokstaven f , som i ordet funktion.
 - M1b, gymnasiebok: Ordet *funktion* betyder samband. En funktion kan vara något helt vardagligt som t ex att telefonräkningen beror på hur mycket du ringer. Ofta beskrivs funktioner med hjälp av formler, tabeller och grafer.
 - M1c, gymnasiebok, **Definition**. En funktion är en regel som till varje tillåtet x -värde ger precis *ett* y -värde. Då är y en *funktion* av x .
 - Vretblad- Ekstig, s.82: Låt A och B vara två icke tomma mängder. En *funktion från A till B* är en *regel* som till varje element x i A ordnar exakt ett element i B . Detta senare element kallas *bilden* av x genom f och skrivs $f(x)$.
- Skriv ner fem exempel på funktioner, så olika som möjligt.
- Testa funktionslådorna (om kartongerna är på plats i salen): välj en funktion (en kartong), se vad det är för funktion utan att visa det för dina kamrater, låt dem testa olika värde och gissa vilken funktion de var. Hitta gärna på egna funktioner.

Övning B Olika uttrycksform för en funktion

En **funktion** uttrycker ett samband mellan olika saker. Detta kan visas upp på olika sätt

- Med en bild (Cartesisk graf eller annan typ av ritning)
- Med ord som beskriver hur funktionen verkar,
- Med tal: genom en värdetabell (som visar några eller alla möjliga värden),
- Med en algebraisk formel.

Här ger jag några exempel, i den ena eller den andra formen. Preciserar rimliga definitionsmängd och värdemängd för varje exempel. Försök att beskriva samma funktion på alla de andra former som passar. Vissa sätt passar inte alla funktioner! Kan du hitta en invers till några av funktionerna? (dvs en funktion som "gör o gjort" vad funktionen har gjort, som tar utvärdet och ger invärdet)

- $x \mapsto 3x + 5$
- Arean av en kvadrat med given sidlängd
- $y = \sqrt{x}$
- Här är en värdetabell där varje tal i den översta raden avbildas till det tal som ligger under (0 eller 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	...
- Välj några djur. För varje djur, ange dess läten.

Övning C

Ange namn på varje egenskap som beskrivs nedan, där f är en funktion från mängden A till mängden B : (2p)

- $\forall b \in B, (\exists a \in A : f(a) = b)$ f är
- $\forall x, y \in A, (x \geq y \Rightarrow f(x) \leq f(y))$ f är
- $\forall a, c \in A, (f(a) = f(c) \Rightarrow a = c)$ f är
- $\exists b \in B, (\forall a \in A, f(a) = b)$ f är

Övning D

Numeriska funktioner kan ha olika egenskaper. Försök formulera definitioner för följande egenskaper i logiska termer.

- växande,
- avtagande,
- jämn (grafnen är symmetrisk med avseende på y-axeln),
- udda (grafnen är symmetrisk med avseende på punkten i origo),
- begränsad,
- obegränsad.

Övning E

Gå tillbaka till de exempel på funktioner från övningarna ovan

- Vilka är injektiva funktioner (dvs att två olika invärde alltid leder till olika utvärde)?
- Vilka är surjektiva (dvs att alla möjliga utvärde uppnås).
- Vilka är bijektiva (dvs både injektiva och surjektiva)?
- Vilka funktioner går att sätta samman (det som kommer ut från den ena stoppas in i den andra och man betraktar det hela som en enda funktion)? Vad blir sammansättningen?
- Vilka har en invers funktion? Hur kan du formulera den inversa funktionen?

Övning F

Hitta exempel där man använder en variabel på de olika sätten som anges i 3UV-modellen (se artikel änkad från kurshemsidan, Ursini-Trigueros, A model for the uses of variable in elementary algebra).