Datorlaboration 2, Geometri

I den här datorlaborationen ska du använda GeoGebra geometri som du tex kan ladda ner här: https://www.geogebra.org/download OBS! Använd inte GeoGebra grafritare. Du ska inte heller använda ett geometrifönster med koordinatsystem eller rutnät.

Vi ska nu med hjälp av GeoGebra följa Euklides och göra dynamiska konstruktioner med hjälp av enbart passare (cirklar) och ograderad linjal (sträckor och linjer). Mer exakt kan vi:

a) givet två punkter konstruera en rät linje (eller en sträcka) genom dessa
b) givet två skärande linjer, en linje och en cirkel som skär varandra, samt två skärande cirklar, konstruera punkten/punkterna som ligger på båda
c) givet en punkt och en sträcka konstruera en cirkel med medelpunkt i punkten och med radie lika med sträckans längd

Vi kallar detta för en Euklidisk konstruktion. I GeoGebra gör du dessa Euklidiska konstruktioner

a) genom att använda *linje* (Line) eller *sträcka* (Segment) under den tredje ikonen
b) genom att använda *skärning mellan två objekt* (Intersect) under den andra ikonen
c) genom att använda *cirkel med given medelpunkt genom given punkt* (Circle with centre through point) under den sjätte ikonen

Gör nedanstående konstruktioner genom att **enbart** använda verktygen a), b) och c) ovan. Kom ihåg att dra i din konstruktion (Move) då och då för att försäkra dig om att konstruktionen håller ihop. Gör först uppvärmningsuppgift A, B och C innan du gör uppgift 1 till och med 4. Diskutera med dina studiekamrater eller be din handledare om hjälp om du fastnar för länge på någon av uppgifterna. Arbeta gärna två och två men vid var sin dator.

Uppvärmningsuppgift A: Gör en Euklidisk konstruktion av mittpunktsnormalen till en given sträcka.

- Konstruera en sträcka mellan två punkter A och B.
- Konstruera två cirklar med samma radie, en med mittpunkt i A och en med mittpunkt i B. Se till att radien är så stor att de två cirklarna skär varandra i två punkter. Om du ändrar storlek på en av cirklarna så skall även den andra cirkeln ändras så att radierna är lika stora i båda.
- Dra en linje genom cirklarnas skärningspunkter.
- Denna linje är mittpunktsnormalen för sträckan AB. Kan du argumentera för det?

Uppvärmningsuppgift B: Gör några enkla Euklidiska konstruktioner: normal till en given linje genom en given punkt (på respektive utanför linjen), bisektris till en given vinkel, linje parallell med en given linje genom en given punkt, etc. Du behöver klara dessa Euklidiska konstruktioner för att klara uppgift 1, 2, 3 och 4 nedan.

Uppvärmningsuppgift C: Gör konstruktionerna enligt bevisen för proposition 1 och 2 i Euklides Elementa bok I:

PROPOSITION 1.

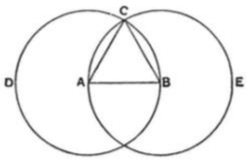
On a given finite straight line to construct an equilateral triangle.

Let AB be the given finite straight line.

Thus it is required to construct an equilateral triangle on the straight line AB.

With centre A and distance AB let the circle BCD be described;

again, with centre B and distance BA let the circle ACE be described;



and from the point C, in which the circles cut one another, to the points A, B let the straight lines CA, CB be joined.

Now, since the point A is the centre of the circle CDB,

AC is equal to AB.

Again, since the point B is the centre of the circle CAE,

BC is equal to BA.

But CA was also proved equal to AB;

therefore each of the straight lines CA, CB is equal to AB.

And things which are equal to the same thing are also equal to one another;

therefore CA is also equal to CB.

Therefore the three straight lines CA, AB, BC are equal to one another.

Therefore the triangle ABC is equilateral; and it has been constructed on the given finite straight line AB.

(Being) what it was required to do.

PROPOSITION 2.

To place at a given point (as an extremity) a straight line equal to a given straight line.

Let A be the given point, and BC the given straight line.

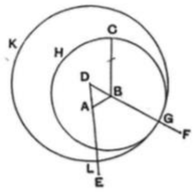
Thus it is required to place at the point A (as an extremity) a straight line equal to the given straight line BC.

From the point A to the point B let the straight line AB be joined;

and on it let the equilateral triangle DAB be constructed.

Let the straight lines AE, BF be produced in a straight line with DA, DB;

with centre B and distance BC let the circle CGH be described;



and again, with centre D and distance DG let the circle GKL be described.

Then, since the point B is the centre of the circle CGH,

BC is equal to BG.

Again, since the point D is the centre of the circle GKL,

DL is equal to DG.

And in these DA is equal to DB;

therefore the remainder AL is equal to the remainder BG.

But BC was also proved equal to BG;

therefore each of the straight lines AL, BC is equal to BG.

And things which are equal to the same thing are also equal to one another;

therefore AL is also equal to BC.

Therefore at the given point A the straight line AL is placed equal to the given straight line BC.

(Being) what it was required to do.

Uppgifter

1. Gör en Euklidisk konstruktion av en hexagon (liksidig sexhörning).[1]

2. Gör en Euklidisk konstruktion av en omskriven cirkel till given triangel.[2]

3. Gör en Euklidisk konstruktion av en inskriven cirkel till given triangel.[3]

4. Gör en Euklidisk konstruktion av en tangent till en given cirkel genom en given punkt utanför cirkeln.[4]

Redovisning

Redovisning av uppgift 1, 2, 3 och 4 sker vid labbtillfället. Kontakta din handledare när du är klar med uppgifterna.

---

[1] Ledtråd: Om en hexagon är inskriven i en cirkel så är varje sida i hexagonen kongruent med cirkelns radie.

[2] Ledtråd: Cirkelns medelpunkt måste ha samma avstånd till triangeln alla tre hörn. Om du har en given sträcka, hur hittar du då alla punkter som har samma avstånd till de två ändpunkterna?

[3] Ledtråd: Cirkelns medelpunkt måste ha samma avstånd till alla tre sidor i triangeln. Om du har en given vinkel, hur hittar du då alla punkter som har samma avstånd till de två vinkelbenen?

[4] Ledtråd: Observera att den radie som går genom tangeringspunkten är vinkelrät mot tangenten. Denna radie, tangenten och sträckan mellan den givna punkten och cirkelns medelpunkt borde därmed bilda en rätvinklig triangel. Hur konstruerar vi den? Kan Thales hjälpa oss här?