Euklides Elementa: Konstruktioner med passare och linjal

Nedan presenteras de fem postulaten och de fem allmänna axiomen från Euklides *Elementa*. På nästa sida följer Proposition 1 och 2 (inklusive bevis) från *Elementa* bok I. Propositionerna och bevisen är kopierade från Thomas Heath (1956) *The thirteen books of Euclid's Elements*, som anses vara den översättning som ligger närmast originalet.

Gör följande uppgifter:

a) Läs noga igenom de två bevisen och genomför konstruktionerna (”liksidig triangel” och ”flytta given sträcka till given punkt”) med hjälp av passare och linjal.
b) Fundera i varje steg på vilket postulat respektive allmän grundsats som används. Används någon proposition i något steg i bevisen?
c) Vilka definitioner (av begrepp) används i bevisen? Hur skulle du definiera detta/dessa begrepp?
d) Accepterar du Euklides bevis som bevis? Vad är ett bevis?

Postulat

1. Man kan dra en rät linje från en punkt till en annan.
2. Varje begränsad rät linje kan förlängas obegränsat.
3. Kring varje punkt kan man beskriva en cirkel med given radie.
4. Alla räta vinklar är lika med varandra.
5. När en rät linje skär två räta linjer, och de båda inre vinklarna på samma sida om den skärande räta linjen är mindre än två räta vinklar, så kommer de båda räta linjerna, om de förlängs obegränsat, att skära varandra på den sida om den skärande räta linjen som de två inre vinkarna ligger.

Allmänna axiom

1. De, som är lika med ett och samma, är också lika med varandra.
2. Om lika adderas till lika, är de hela lika.
3. Om lika subtraheras från lika, är resterna lika.
4. De, som täcker varandra, är lika med varandra.
5. Det hela är större än delen.

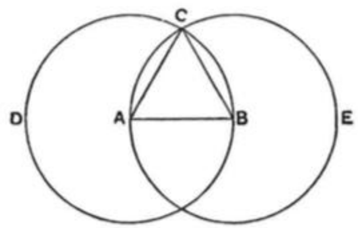
För mer information om Euklides Elementa se:
https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html

Proposition 1.

On a given finite straight line to construct an equilateral triangle.

Let AB be the given finite straight line.

Thus it is required to construct an equilateral triangle on the straight line AB.



With centre A and distance AB let the circle BCD be described;

again, with centre B and distance BA let the circle ACE be described;

and from the point C, in which the circles cut one another, to the points A, B let the straight lines CA, CB be joined.

Now, since the point A is the centre of the circle CDB,

AC is equal to AB.

Again, since the point B is the centre of the circle CAE,

BC is equal to BA.

But CA was also proved equal to AB;

therefore each of the straight lines CA, CB is equal to AB.

And things which are equal to the same thing are also equal to one another;

therefore CA is also equal to CB.

Therefore the three straight lines CA, AB, BC are equal to one another.

Therefore the triangle ABC is equilateral; and it has been constructed on the given finite straight line AB.

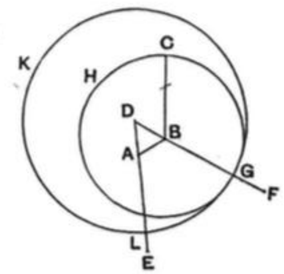
(Being) what it was required to do.

Proposition 2.

To place at a given point (as an extremity) a straight line equal to a given straight line.

Let A be the given point, and BC the given straight line.

Thus it is required to place at the point A (as an extremity) a straight line equal to the given straight line BC.



From the point A to the point B let the straight line AB be joined;

and on it let the equilateral triangle DAB be constructed.

Let the straight lines AE, BF be produced in a straight line with DA, DB;

with centre B and distance BC let the circle CGH be described;

and again, with centre D and distance DG let the circle GKL be described.

Then, since the point B is the centre of the circle CGH,

BC is equal to BG.

Again, since the point D is the centre of the circle GKL,

DL is equal to DG.

And in these DA is equal to DB;

therefore the remainder AL is equal to the remainder BG.

But BC was also proved equal to BG;

therefore each of the straight lines AL, BC is equal to BG.

And things which are equal to the same thing are also equal to one another;

therefore AL is also equal to BC.

Therefore at the given point A the straight line AL is placed equal to the given straight line BC.

(Being) what it was required to do.