

1) Se kurslitteratur / föreläsnings anteckningar

2) MAMMA MIA

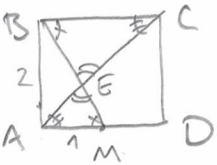
M A I
M A
M A
M

a) Trebokstavsord:

fall 1: 3 olika bokstäver: M, A, I $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ möjliga ord

fall 2: dubletter MM eller AA, placeras på 3 sätt, 2 val av sista bokstav: $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ möjliga ord

fall 3: tripplett MMM eller AAA $\Rightarrow 2$ möjliga ord
 $6 + 12 + 2 = 20$ ord

3)  $|BM| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ (Pythagoras sats)

$\triangle BCE \sim \triangle MAE$ (VVV)

$$\frac{|BC|}{|AM|} = \frac{|BE|}{|ME|} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{\sqrt{5} - |ME|}{|ME|}$$

$$\Leftrightarrow 3|ME| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |ME| = \frac{1}{3}\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |BE| = \sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5} = \frac{2}{3}\sqrt{5}$$

4) a) $x + y + z = 12$ $x, y, z \geq 0$

(Tolkning: 12 kakor, 3 personer \Rightarrow "streck i räkningen")

$$\binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = \frac{14 \cdot 13}{2} = 91$$

b) Ingen variabel större än 5?

Vi räknar ut komplementet: någon variabel ≥ 6

Ge 6 kakor till en person (3 val), 6 kakor kvar

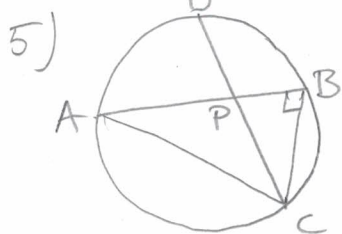
"streck i räkningen" $\Rightarrow 3 \cdot \binom{6+3-1}{3-1} = 3 \cdot \binom{8}{2} = 3 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 3 \cdot 28 = 84$

OBS! Några kombinationer har nu räknats två gånger, nämligen de kombinationer när två personer får 6 kakor

krav: $x=y=6$, $x=z=6$, $y=z=6$. Subtrahera dessa:

$$84 - 3 = 81 \leftarrow \text{Detta är komplementet}$$

\Rightarrow Ingen variabel större än 5: $91 - 81 = 10$ olika sätt.



$$|AP| = 10 \quad |CP| = 5 \quad |DP| = 6$$

a) $|AP||BP| = |CP||DP| \Rightarrow 10 \cdot |BP| = 5 \cdot 6$
 $\Rightarrow |BP| = 3$

b) $\angle ABC \Rightarrow AC$ diameter (Thales)
 $\triangle BCP$: $|BP|^2 + |BC|^2 = |CP|^2$ (Pythagoras)
 $3^2 + |BC|^2 = 5^2 \Rightarrow |BC| = 4$

$\triangle ABC$: $|AB|^2 + |BC|^2 = |AC|^2$
 $13^2 + 4^2 = |AC|^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{185}$

6) Femsiffriga tal, ingen siffra två gånger i följd.



position 5: 9 val (ej 0)

position 4: 9 val (ej samma siffra som i position 5)

position 3: 9 val (_____ " _____ 4)

position 2: 9 val (_____ " _____ 3)

position 1: 9 val (_____ " _____ 2)

$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$ möjliga tal.

7) oktagon - se föreläsningssamtal + kurslitteratur

Ledning: Börja med att konstruera en kvadrat och dess omskrivna cirkel (cirkeln har medelpunkt i skärningspunkten till kvadraterns diagonaler). Konstruera därefter mittpunktsnormalerna till varje sida i kvadraten. Skärningspunkterna till dessa mittpunktsnormaler och den omskrivna cirkeln (fyra stycken) samt kvadraterns hörn utgör den sökta oktagonens åtta hörn.

8) Antalet DNA-strängar: 4^{100}

Antalet sandkorn är mycket mindre. Låt oss grovt överskatta antalet sandkorn:

Sahas area är mycket mindre än $100\,000\,000\text{ km}^2$
(jordens diameter är ca 12700 km)

Sanddjupet är betydligt mindre än 1000 km

\Rightarrow Sandvolymen $< 10^{11}\text{ km}^3$

Antal sandkorn per mm^3 bör vara mindre än 1000

\Rightarrow Antal sandkorn per km^3 mindre än 10^{21}

\Rightarrow Antal sandkorn i Sahara $< 10^{11} \cdot 10^{21} = 10^{32}$

$$4^{100} = (4 \cdot 4)^{50} = 16^{50} > 10^{50} > 10^{32}$$

dvs antalet DNA-strängar av längd 100 är mycket större.