

Tentamen L9MA20, LGMA20
Envariabelanalys, 7,5 poäng
Tisdag 15 januari 8³⁰ – 12³⁰

1. Rita kurvan $y = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}$ i stora drag. Ange speciellt eventuella extremvärden och asymptoter.

2. Beräkna följande gränsvärden.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x(e^{2x} - 1)}$, (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{n+1} \frac{x + \cos x}{x - \cos x} dx$

3. Beräkna följande integraler.

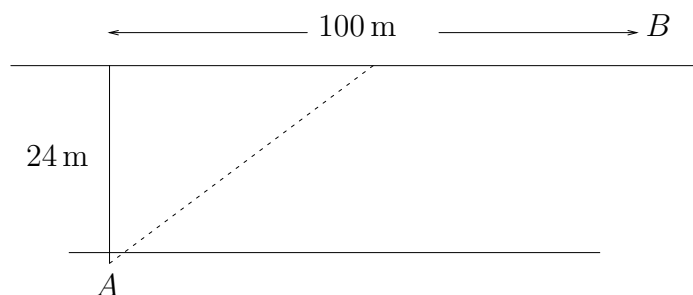
(a) $\int_0^1 \frac{2x+1}{1+x^2} dx$, (b) $\int_0^\pi x \sin x dx$, (c) $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$

4. Bestäm volymen av den oändliga strut som bildas då området

$$0 \leq x < +\infty, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x}}{(x+1)^2}$$

roterar kring x -axeln.

5. Ett företag skall dra en kraftkabel mellan två fabriker A och B . Fabrikererna ligger på var sin sida av en kanal som är 24 m bred och på ett avstånd av 100 m längs kanalen (se figur).



Det kostar 13 kkr/m att dra ledningen i vattnet och 5 kkr/m att dra den på land. Hur skall ledningen dras så att kostnaden blir minimal?

(Räknehjälp: $5^2 + 12^2 = 13^2$.)

6. (a) Formulera integralkalkylens huvudsats. (I boken kallas den analysens huvudsats.)

(b) Formulera och bevisa (t.ex. med hjälp av integralkalkylens huvudsats) insättningsformeln för beräkning av integraler.