

Tentamen L9MA20, LGMA20  
Envariabelanalys, 7,5 poäng  
Fredag 1 juni 8<sup>30</sup> – 12<sup>30</sup>

1. Beräkna följande integraler

$$(a) \int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx, \quad (b) \int_0^{\pi^2} \cos \sqrt{x} dx$$

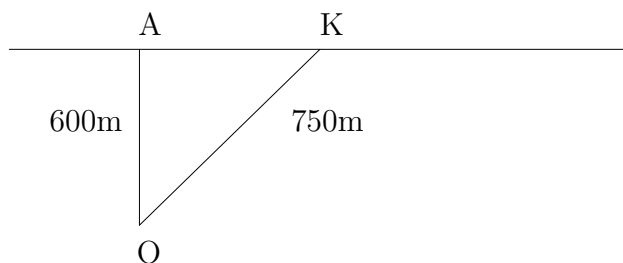
2. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin 2x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) \quad (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos x$$

3. Rita kurvan  $y = \frac{x-2}{x^3}$  i stora drag. Ange speciellt eventuella extremvärden och asymptoter.

4. Bestäm volymen av det område som bildas då kurvan  $y = \sqrt{x}e^{-x}$ ,  $0 \leq x < +\infty$ , roterar kring  $x$ -axeln.

5. En orienterare befinner sig i en skog och skall till en kontroll som ligger vid en rak stig. Till kontrollen är det fågelvägen 750 meter och (det kortaste) avståndet till vägen är 600 meter. I skogen springer orienteraren med hastigheten 6 kilometer i timmen och på stigen med hastigheten 10 kilometer i timmen. Hur skall orienteraren springa för att så snabbt som möjligt komma till kontrollen?



Räknehjälp:  $750^2 - 600^2 = 450^2$ .

6. Visa att om funktionen  $f$  är deriverbar på  $]a, b[$  och  $f$  har ett lokalt maximum i punkten  $x_0 \in ]a, b[$  så är  $f'(x_0) = 0$ .