

Tentamen L9MA20, LGMA20
Envariabelanalys, 7,5 poäng
Tisdag 3 juni 2014, 8³⁰ – 12³⁰

1. Bestäm en primitiv funktion till

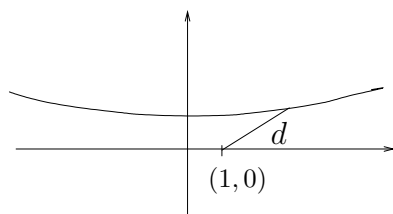
$$(a) x^2 + \frac{1}{x^2}, \quad (b) \frac{e^x}{1 + e^x}, \quad (c) \sin \sqrt{x}.$$

2. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + \sin x}{x}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

3. Rita kurvan $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ i stora drag. Ange speciellt eventuella extremvärden och asymptoter.

4. En komet rör sig längs hyperbelgrenen $y^2 - x^2 = 1$, $y \geq 1$. Hur nära punkten $(1, 0)$ kommer kometen? Var befinner sig kometen då?



5. Beräkna volymen av det område som bildas då kurvan $y = \sqrt{\cos x} \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, roterar kring x -axeln.

6. (a) Bevisa att om $a > 1$ så gäller $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a^n} = 0$.

(b) Bevisa att $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$.

I (a) och (b) är n heltal. Du får använda (a) i beviset av (b) även om du inte klarat (a).