

LGMA20/L9MA20

Datorlaboration 3

I den här laborationen skall vi se hur man kan lösa ekvationer numeriskt med Newtons metod. (Den kallas Newton-Raphsons metod i Persson-Böiers.) Dessutom skall vi illustrera definitionen av integraler, samt beräkna några integraler numeriskt med Riemannsummor och Trapetsmetoden.

Förbered dig för laborationen genom att gå igenom avsnittet om Newtons metod (sid. 245-246 i Persson-Böiers) och avsnittet om Riemannsummor (sid. 245-246 i Persson-Böiers).

Newton's metod

Exempel

Vi skall beräkna $\sqrt{2}$ genom att lösa ekvationen $f(x) = x^2 - 2 = 0, x > 0$ med Newtons metod. En kalkyl (Vilken då?) ger att vi får närmevärden på $\sqrt{2}$ genom att successivt lösa

$$\begin{cases} x_0 = 1, \\ x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 2}{2x_n} \end{cases} .$$

Ett sätt att göra detta är i geogebra är att först ställa in noggrannheten på femton decimaler och sedan i ett algebrafönster skriva

$$\begin{aligned} F(x) &= (x^2 + 2)/2x, \\ a &= 1, \\ b &= F(a), \\ c &= b^2 - 2, \end{aligned}$$

och sedan $a = b$ upprepade gånger. (Kanske kan du ett bättre sätt?) Raden $c = b^2 - 2$ är till för att se hur stort felet i lösningen är. Jämför skillnaden mellan a och b . Hur många fler korrekta decimaler får du i varje steg?

Uppgifter

1. Gå igenom Exemplet ovan. Hur många gånger behöver du uppdatera ditt värde på x_n för att alla decimalerna skall vara samma för x_n och x_{n+1} ? Hur stort är felet då?

2. Lös ekvationen $\tan x = 1$, $-\pi/2 < x < \pi/2$, med Newtons metod. Börja med att sätta $f(x) = \tan x - 1$ och beräkna $F(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$.

Vad blir din rot r ?

Vad är $4r$?

Integraler

Exempel

Låt oss illustrera hur geogebra enkelt kan rita upp över- och undersummor till en given funktion.

Skriv first $f(x) = \sin(5x)$. Sedan $L = LowerSum[f(x), 0, \pi/2, 8]$ och $U = UpperSum[f(x), 0, \pi/2, 8]$. Välj lämpliga färger så du tydligare ser vilka rektanglar som ligger ovanför kurvan och vilka som ligger under. Förutom bilden får du den dåliga uppskattningen $-0,29 < \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx < 0,68$.

Uppgifter

3. Ändra i exemplet ovan genom att dela in i fler intervall än 8. Ett snyggt sätt att göra det är att skapa en glidare där du kan ställa in antalet intervall.

Hur många intervall behövs för att felet skall vara högst $1/100$?

4. I geogebra finns också kommandot *TrapezoidalSum*. Pröva det på exemplet ovan. Börja med ett litet antal intervall. Vad tror du *TrapezoidalSum* gör?

Hur många intervall behövs det för att *TrapezoidalSum* skall ge ett fel som är högst $1/100$?

Hur stort blir felet om antalet intervall är 1000?

Redovisning

Redovisningen sker vid de schemalagda datorlabbarna eller i samband med förmidagsövningarna.

Ni får gärna arbeta i par.