

1 Kryssuppgift II, L9MA20 och LGMA20, vt 2017 för redovisning 28:e april

1. Givet kurvan $y = x^{1/x}$.

- (a) Konstruera kurvan $y = x^{1/x}$.
- (b) Hur många lösningar har ekvationen $a^b = b^a$ för olika positiva a och b ?
- (c) Avgör på ett mycket enkelt sätt, vilket av talen 300^{750} och 750^{300} som är störst.
- (d) Man kan ganska lätt hitta heltalslösning på ekvationen

$$a^b = b^a, \quad a < b.$$

Motivera att det bara finns *ett* sådant par av heltal (a, b) där $0 < a < b$.

4.0p

2. För vilken bas $a > 1$ har ekvationen $a^x = x$ exakt en rot x ? Ange också x .

3.0p

3. (Konvex funktion)

Det finns två definitioner av konvex funktion definierad i ett intervall I . Dessa är

- För $x_1 < x < x_2$, x_1 , x_2 och x i I , är

$$\frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} \leq \frac{f(x_2) - f(x)}{x_2 - x}. \quad (1)$$

samt

- för varje x_1 och x_2 i I och varje $\lambda : 0 < \lambda < 1$ gäller

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2). \quad (2)$$

Visa att (1) \implies (2).

3.0p