Sammanfattning av Föreläsning X

Integral

- **Partiell integration**

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = [F(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x) \cdot g'(x)\, dx \qquad (1)$$

- **Variabelsubstitution**

$$\int f(x)dx = \int f(x(t)) \cdot x'(t)\, dt, \qquad \int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(x(t)) \cdot x'(t)\, dt \qquad (2)$$

där $a = x(\alpha)$ och $b = x(\beta)$.

Area mellan kurvor

- $$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Men det är inte direkt möjligt att ta fram p.f. när man har absolutbelopp.

Generaliserad integral

Definition: *För generaliserad integral år antingen integrationsintervallet obegränsat eller så är integranden obegränsad.*
Om en integrals värde är reellt och entydigt, så är integralen konvergent.

Kommentarer: För att avgöra om en (generaliserad) integral är konvergent eller divergent, kan man i en del fall avgöra detta genom direkt beräkning av integralen, som ovan.

Ett annat sätt är som innan exempel 58, betrakta $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ och $\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$ för olika reella α.

Ytterligare sätt är att, som i exempel 60, ha en integrand, som är ett polynom $p(x)$ gånger $e^{k\,x}$ för ett $k < 0$ ($k = -1/2$ i exemplet). Då är $\int_0^\infty p(x)e^{kx}dx$ konvergent.
