

# Sammanfattning II

## Gränsvärde och kontinuitet

### Definition

- En funktion har *gränsvärdet*  $A$ , då  $x \rightarrow a (\in \mathbb{R})$ , om

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 : \quad |x - a| < \delta \implies |f(x) - A| < \varepsilon. \quad (1)$$

- Man säger då att  $f(x)$  har gränsvärdet  $A$  då  $x$  går mot  $a$ .

- Det skrivs

$$f(x) \longrightarrow A \text{ då } x \longrightarrow a \text{ eller } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = A.$$

- Om  $A = f(a)$ , är  $f(x)$  kontinuerlig i  $a$ .
- Om  $f(x)$  är kontinuerlig för alla  $x \in D_f$ , sägs  $f(x)$  vara en kontinuerlig funktion.
- Om det för  $\forall \varepsilon > 0$  finns ett  $x_0$ , sådant att

$$x > x_0 \implies |f(x) - A| < \varepsilon$$

har  $f(x)$  gränsvärdet  $A$ , då  $x \rightarrow \infty$ .

**Sats 1** De elementära funktionerna är kontinuerliga (i respektive definitionsmängd).

## Asymptot

### Definition

- $f(x)$  har den sneda asymptoten  $y = kx + m$ , om

$$f(x) - (kx + m) \longrightarrow 0 \text{ då } x \longrightarrow -\infty \text{ eller } +\infty.$$

- $f(x)$  har en lodräta asymptoten  $x = a$ , om

$$f(x) \longrightarrow -\infty \text{ eller } +\infty$$

då  $x \longrightarrow a_-$  eller  $x \longrightarrow a_+$ .