

Tentamen i matematisk analys för högstadie - och gymnasielärare på  
Göteborgs universitet, L9MA20/LGMA20, 20170103, 14.00-18.00

tel 031 772 5881/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

1. Beräkna följande gränsvärden

(a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 2x}{x^2 - 4x + 3}$ . (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x$ .

(c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \arctan\left(\frac{6 - 2x}{x^2 - 4x + 3}\right)$ .

1.0p, 2.0p, 1.5p

2. Beräkna följande integraler

(a)  $\int_0^5 \frac{1}{3x+1} dx$ , (b)  $\int_0^\pi \sin^2 x dx$ , (c)  $\int \tan^2 x dx$ .

1.0p, 2.0p, 1.5p

3. (a) Konstruera kurvan  $y = \frac{x^2}{x+1}$  med angivande av asymptoter, lokala max- och minpunkter och terrasspunkter. 3.0p

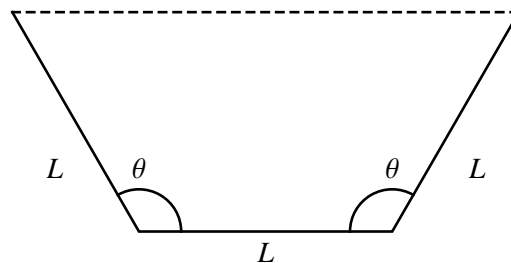
(b) Avgör m.h.a. andraderivatan, var kurvan är konvex respektive konkav. 1.0p

4. Givet ytan som begränsas av  $y = \frac{\ln x}{x}$ ,  $y = 0$ , samt linjerna  $x = 1$  och  $x = a$ .

(a) Beräkna volymen som genereras då ytan, som begränsas av ytan ovan roterar kring  $x$ -axeln med  $a = e$ . 3.0p

(b) Beräkna volymen som genereras då ytan, som begränsas av ytan ovan roterar kring  $x$ -axeln med  $a = \infty$ . 1.0p

5. Givet en yta som begränsas av fyra linjer, enligt figur.



Beräkna vinkeln  $\theta$ , så att ytan blir så stor som möjligt och uttryck den maximala ytan i sidolängden  $L$ . 3.0p

6. (a) Ge en formel för partiell integration av obestämd integral. Ge också tillräckliga villkor på de ingående funktionerna. 2.0p

(b) Bevisa formeln i (a). 2.0p

Maximal poäng på tentamen är 24.0 p. Låt  $P$  vara erhållen poängsumma och  $B$  erhållen bonuspoäng.

Betyg U (underkänt), om  $P + B < 11.0$ .  
Betyg G (godkänt), om  $11.0 \leq P + B < 18.0$ .  
Betyg VG (väl godkänd), om  $18.0 \leq P + B$ .