

Tentamen i matematisk analys för högstadie - och gymnasielärare på Göteborgs universitet, L9MA20/LGMA20, 20170602, 08.30-12.30

tel 031 772 5892/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson

Ingen miniräknare

1. Beräkna följande gränsvärden

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 7x - 6}{2x^2 + x - 15}$, (b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 7x - 6}{2x^2 + x - 15}$,
(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - 2/x)^{x/4}$.

1.0p, 1.0p, 2.0p

2. Beräkna följande integraler

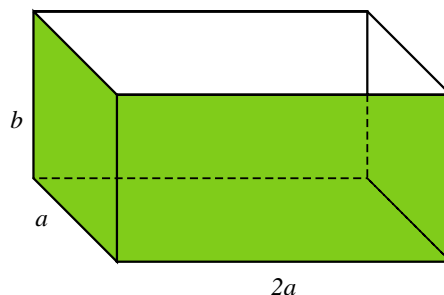
(a) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$, (b) $\int_1^e x \ln x \, dx$, (c) $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x+1}} \, dx$.

1.0p, 1.5p, 1.5p

3. Konstruera kurvan $y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ med angivande av asymptoter, lokala max- och min-punkter samt terrasspunkter. 3.0p

4. Givet ytan som begränsas av $y = \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 1}}$, $y = 0$, där $1 \leq x < \infty$. Beräkna volymen av kroppen som erhålls då ytan roterar kring x -axeln. 3.0p

5. Givet ett rätblock med fem sidor, d.v.s. utan lock, enligt figur.



Givet är att rätblocket har volymen 36 m^3 .

För vilka sidolängder a , b och $2a$, är den sammanlagda arean av de fem sidorna som minst och vad är den minsta sammanlagda arean? 3.0p

6. Givet kurvan $t \mapsto (t - \sin t, 1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

(a) Beräkna dess längd (Gör gärna en skiss av kurvan). 2.0p

(b) Kurvan begränsas, tillsammans med x -axeln en yta. Beräkna ytans area. 2.0p

7. Formulera och bevisa Integralkalkylens medelvärdessats. 3.0p

Maximal poäng på tentamen är 24.0 p. Låt P vara erhållen poängsumma och B erhållen bonuspoäng.

Betyg U (underkänt), om $P + B < 11.0$.

Betyg G (godkänt), om $11.0 \leq P + B < 18.0$.

Betyg VG (väl godkänd), om $18.0 \leq P + B$.

Några trigonometriska identiteter

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta. \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta. \quad (2)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta. \quad (3)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta. \quad (4)$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (5)$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \quad (6)$$

En obestämd integral

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C \quad (7)$$