Tentamen i matematisk analys, L9MA20/LGMA20, 20180103, f.m.

Hjälpmedel:	Inga, formelsamling finns på baksidan
Telefonvakt/Rond:	Jimmy Johansson, 5325
Betygsgränser:	För godkänt krävs minst 11.0 p.
	Betyg U: 0-10.5 p, betyg G: 11.0-17.5, betyg 5: 18.0 p och uppåt
Bonuspoäng:	Från VT 2017, LP3

1. Beräkna gränsvärdena

   (a) $\lim_{x \to -3/2} \dfrac{2x^2 - 7x - 15}{(2x^2 + 3x)}$

   (b) $\lim_{x \to \infty} \arctan\left(\dfrac{(2x+5)^{3/2}}{2x\sqrt{2x}}\right)$

   (c) $\lim_{x \to 0_+} (1 - 3x)^{2/x}$ 1.5p+1.5p+1.5p

2. (a) Derivera funktionen $f(x) = \dfrac{1}{2} \sin 2x \tan x$.

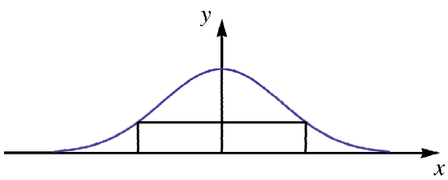
   (b) Beräkna integralen $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx$.

   (c) Funktionen $F(x) = \int_0^x \dfrac{t^3}{t^4+1} \, dt$ antar ett minsta värde. Bestäm koordinaterna för minimipunkten. 1.5p+1.5p+1.5p

3. Konstruera kurvan $y = \dfrac{x^3}{3x^2 - 4}$ medgivande av definitionsmängd, stationära punkter och asymptoter. Räknehjälp: $\dfrac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.2$. 3.0p

4. Ytan som begränsas av kurvan $y = x \cdot e^{-x}$, $y = 0$, där $0 \leq x < \infty$, roterar kring $x-$axeln. Detta genererar en rotationskropp. Beräkna kroppens volym. 3.0p

5. Givet kurvan $y = e^{-x^2}$. En rektangel med sidor parallella med koordinataxlarna har sina hörn på $x-$axeln och på kurvan, där $y \geq 0$. Vilken är den största area som en sådan rektangel kan ha?



3.0p

6. Beräkna integralen $\int_0^\infty \dfrac{\ln x}{(x+1)^2} \, dx$. 3.0p

7. Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats. 3.0p

Några trigonometriska identiteter

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\,\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta \\
\sin(\alpha-\beta) &= \sin\alpha\,\cos\beta - \cos\alpha\,\sin\beta \\
\cos(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\,\sin\beta - \cos\alpha\,\cos\beta \\
\cos(\alpha-\beta) &= \sin\alpha\,\sin\beta + \cos\alpha\,\cos\beta
\end{aligned}$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

En obestämd integral

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C$$