

1 Kommentarer till krysuppgift I

uppg. 3. Vi numrerar de tre stegen.

$$\begin{array}{l|l} (1) & x^2 - 1 = (x + 1)\sqrt{x^2 + 3}, \\ (2) & x - 1 = \sqrt{x^2 + 3}, \\ (3) & (x^2 - 1) = x^2 + 3. \end{array}$$

Vi har följande implikationer.

(1) \Leftrightarrow (2). Den omvända implikationen \Rightarrow gäller ej. Det säger att, om ett x -värde, säg x_1 är rot till (2), så är det en rot till (1). Vi får alltså inga falska rötter men riskerar tappa en rot, i detta fall $x_1 = -1$.

(2) \Rightarrow (3). Den omvända implikationen \Leftarrow gäller ej. Det säger att alla rötter till (2) återfinns bland rötterna till (3) men en del rötter till (3) kan vara falska, i detta fall $x_1 = -1$.

uppg. 4. Med ansättningen $x = \sin(\arcsin x)$ kan skriva om enligt följande.

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}} &= \sqrt{1 - \cos(\arcsin x)} = \sqrt{2 \sin^2(\arcsin x / 2)} = \\ &= -\sqrt{2} \sin\left(\frac{\arcsin x}{2}\right). \end{aligned}$$

Vi kan alltså bli av med båda rötterna!