

1 Kryssuppgifter II, L9MA20 och LGMA20, vt 2018 för redovisning 27:e april

1. Givet kurvan $y = x^{1/x}$.
 - (a) Konstruera kurvan $y = x^{1/x}$.
 - (b) För varje $a > 1$, finns det ett $b \neq a$, med $b > 1$, sådant att $a^b = b^a$. Motivera detta.
 - (c) Avgör på ett mycket enkelt sätt, vilket av talen $1234567^{12345678}$ och $12345678^{1234567}$ som är störst.
 - (d) Man kan ganska lätt hitta heltalslösning på ekvationen

$$a^b = b^a, \quad a < b.$$

Motivera att det bara finns *ett* sådant par av heltal (a, b) med $1 < a < b$.

3.0p

2. För vilken bas $a > 1$ har ekvationen $a^x = x$ exakt en rot x ? Ange också x .

3.0p

3. (Konvex funktion)
Det finns två definitioner av konvex funktion definierad i ett intervall I .

- (i) För $x_1 < x < x_2$ är

$$\frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} \leq \frac{f(x_2) - f(x)}{x_2 - x}. \quad (1)$$

samt

- (ii) för varje x_1 och x_2 i I och varje $\lambda : 0 < \lambda < 1$ gäller

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2). \quad (2)$$

Visa att (1) \implies (2) och förklara visuellt (1) eller (2) i en graf med en konvex funktionskurva ((d.v.s rita).

3.0p