Vi har sedant tidigare att $f'(x) > 0 \Longrightarrow f(x)$ str. växande. Det kan generaliseras till

$$f''(x) > 0 \Longrightarrow f'(x) \text{ str. växande, samt } f^{(n+1)}(x) > 0 \Longrightarrow f^{(n)}(x) \text{ str. växande.}$$

## Stationär punkt. Derivator av högre ordning

Vi har att

$$\begin{cases} f'(x_0) & = 0 \\ f''(x_0) & > 0 \end{cases} \Longrightarrow \text{minpunkt i } x_0, \quad \begin{cases} f'(x_0) & = 0 \\ f''(x_0) & < 0 \end{cases} \Longrightarrow \text{maxpunkt i } x_0$$

$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = x^3, \quad f_3(x) = x^4$$

har stationär punkt $x_0 = 0$.

1.
$$f_1''(x) = f''(x_0) = 2 > 0 \Longrightarrow \text{ minpunkt i } x_0.$$

2.
$$f_2''(x_0) = 6x_0 = 0. \quad f_2^{(3)}(x) = 6 > 0 \Longrightarrow f_2''(x) \text{ str. växande.}$$

Nu är $f_2''(x_0) = 0$, $f_2''(x) < 0$, om $x < x_0 (= 0)$ och $f_2''(x) > 0$, om $x > x_0$.

Detta implicerar att $f_2(x)$ konkav för $x < x_0$ och konvex för $x_0 > 0$. Alltså är $x_0 = 0$ en *inflexionspunkt*.
Det implicerar också att $f_2'(x)$ är str. avtagande för $x < x_0$ och str. växande för $x > x_0$.

Eftersom $f_2'(x_0) = 0$, är $f_2'(x) > 0$ för $x < x_0$ och $f_2'(x) > 0$ för $x > x_0$. Alltså är $f_2(x)$ strängt växande, så att $f_2(x)$ har ingen ingen min-eller maxpunkt i $x_0$, d.v.s. det är en *terrasspunkt*.

3.
$$f_3'(x_0) = f_3''(x_0) = f_3^{(3)}(x_0) = 0 \text{ och } f_3^{(4)}(x) = 24 > 0.$$

$$f_3^{(4)}(x) > 0 \text{ implicerar } f_3^{(3)}(x) \text{ str. växande.}$$

Eftersom $f_3^{(3)}(x_0) = 0$, är $f_3^{(3)}(x) < 0$ för $x < x_0$ och $f_3^{(3)}(x) > 0$ för $x > x_0$.
Det ger att $f_2''(x)$ str. avtagande för $x < x_0$ och str. växande för $x > x_0$.
Eftersom $f_2''(x_0) = 0$, är $f_2''(x) > 0$ för $x \neq x_0$. Således är $f_3(x)$ konvex och har således ett lokalt minimum i $x_0$.