Sammanfattning II

Gränsvärde och kontinuitet

Definition

- En funktion har *gränsvärdet* A, då $x \to a(\in \mathbb{R})$, om
$$\forall\, \varepsilon > 0 \quad \exists\, \delta > 0 : \quad |x - a| < \delta \Longrightarrow |f(x) - A| < \varepsilon. \tag{1}$$
- Man säger då att $f(x)$ *har gränsvärdet A då x går mot a.*
- Det skrivs
$$f(x) \longrightarrow A \text{ då } x \longrightarrow a \text{ eller } \lim_{x \to a} f(x) = A.$$
- Om $A = f(a)$, är $f(x)$ kontinuerlig i a.
- Om $f(x)$ är kontinuerlig för alla $x \in D_f$, sägs $f(x)$ var en kontinuerlig funktion.
- Om det för $\forall\, \varepsilon > 0$ finns ett x_0, sådant att
$$x > x_0 \Longrightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$
har $f(x)$ gränsvärdet A, då $x \longrightarrow \infty$.

Sats 1 De elementära funktionerna är kontinuerliga (i respektive definitionsmängd).

Asymptot

Definition

- $f(x)$ har den sneda asymptoten $y = kx + m$, om

$$f(x) - (kx + m) \longrightarrow 0 \text{ då } x \longrightarrow -\infty \text{ eller } +\infty.$$

- $f(x)$ har en lodräta asymptoten $x = a$, om

$$f(x) \longrightarrow -\infty \text{ eller } +\infty$$

då $x \longrightarrow a_-$ eller $x \longrightarrow a_+$.