1 Deriveringsregler

Sats 1 Om funktionerna $f(x)$ och $g(x)$ är deriverbara och $D = \frac{d}{dx}$, så är

$$\begin{aligned}
D(af(x) + bg(x)) &= aDf(x) + bDg(x), && \text{(Linearitetsegenskapen)} \\
Df(g(x)) &= f'(g(x)) \cdot g'(x), && \text{(Kedjeregeln eller derivata av sammansatt funktion)} \\
D(f(x)g(x)) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) && \\
D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) &= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} &&
\end{aligned} \tag{1}$$

där a, b är konstanter och $g(x) \neq 0$ för kvoten, samt att sammansättningen $f(g(x))$ existerar.
Den sammansatta funktionens derivata kan skrivas, där $z = g(x)$, som

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \underbrace{f(g(x))}_{\text{yttre derivata}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{inre derivata}} .$$

Derivatan av polynomet

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0, \quad a_n \neq 0$$

är

$$f'(x) = n a_n x^{n-1} + (n-1) a_{n-1} x^{n-2} + \ldots + a_1 \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
D \cos x &= -\sin x \\
D \sin x &= \cos x \\
D \tan x &= \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x
\end{aligned} \tag{3}$$