Tentamen i matematisk analys, L9MA20/LGMA20, 20190107, f.m.

Hjälpmedel:	Inga, formelsamling finns på baksidan.
Telefonvakt/Rond:	Linnéa Hietala, anknytning 5325.
Betygsgränser:	För godkänt krävs minst 11.0 p.
	Betyg U: 0-10.5 p, betyg G: 11.0-17.5, betyg VG: 18.0 p och uppåt
Bonuspoäng:	Från VT 2018, LP4

Ge svar som är förenklade så långt som möjligt!

1. Beräkna gränsvärdena

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{6x^2-13x+6}{2x^2-5x+3}$,

   (b) $\displaystyle\lim_{x\to 3/2} \frac{6x^2-13x+6}{2x^2-5x+3}$,

   (c) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \left(1+\frac{2}{x}\right)^{-x\ln 2}$. 1.0p+1.5p+2.0p

2. Derivera funktionerna

   (a) $f(x) = \ln\left|x^3+1\right|$,

   (b) $g(x) = e^{ax}(a\sin bx - b\cos bx)$,

   (c) $h(x) = \arctan(\sin x)$.

   1.0p+1.5p+2.0p

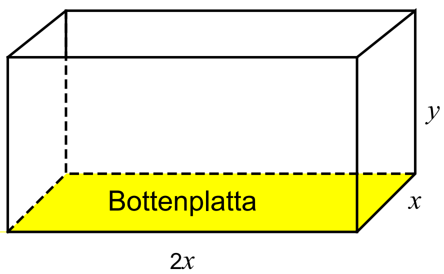
3. Beräkna integralerna

   (a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \arctan x\,dx$, (b) $\displaystyle\int 3x\sqrt{x^2+1}\,dx$, (c) $\displaystyle\int_1^{e^\pi} \frac{2\ln x}{x}\,dx$.

   0.5p+1.0p+1.5p

4. Givet kurvan $y = \dfrac{x^3}{x^2-3}$. Konstruera med angivande av definitionsmängd, stationära punkter och asymptoter. 3.0p

5. Ett rätblock begränsas av en bottenplatta med längd $2x$ och bredd x samt fyra sidor med höjd y, se figur t.h. Rätblockets volym är $1/6$ m^3. Beräkna den minsta möjliga sammanlagda arean av de fem sidorna. 3.0p



6. Betrakta kurvan $t \curvearrowright (t-\sin t, 1-\cos t)$, $\quad 0 \le t \le 2\pi$.

   (a) Skissa kurvan. Det räcker att du sätter ut några punkter på kurvan innan du ritar. 0.5p

   (b) Beräkna kurvans längd. 2.5p

7. Formulera och bevisa Integralkalkylens medelvärdessats. 3.0p

Några trigonometriska identiteter

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\,\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta \\
\sin(\alpha-\beta) &= \sin\alpha\,\cos\beta - \cos\alpha\,\sin\beta \\
\cos(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\,\sin\beta - \cos\alpha\,\cos\beta \\
\cos(\alpha-\beta) &= \sin\alpha\,\sin\beta + \cos\alpha\,\cos\beta \\
\\
\tan(\alpha+\beta) &= \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} \\
\\
\tan(\alpha-\beta) &= \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}
\end{aligned}$$

En obestämd integral

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C$$