

TENTAMEN: L9MA30 Matematik för lärare, åk 7-9, Linjär algebra / LGMA30 Matematik för gymnasielärare, Linjär Algebra

Torsdag 1/11-2012, 8:30-12:30.

Telefonvakt: Martin Adiels 031-7725312 / 0736-221833

DEL A

- 1) Vilket eller vilka påståenden är sanna/falska?
 - a. (2p) Om två linjer i rummet inte skär varandra så är de parallella.
 - b. (2p) För att två vektorer ska vara lika måste de ha samma startpunkt, samma längd och samma riktning.
- 2) Antag att $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är två vektorer i rummet sådana att minsta vinkeln mellan dem är $\pi/4$.
 - a. (2p) Teckna ett uttryck för längden av en vektor $\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$
 - b. (4p) Förenkla $\mathbf{y} = (3\mathbf{u}-3\mathbf{v}) \times (2\mathbf{v}-2\mathbf{u})$.
 - c. (2p) Vilken slutsats kan du dra om relationen mellan vektorerna $\mathbf{a} = (3\mathbf{u}-3\mathbf{v})$ och $\mathbf{b} = (2\mathbf{v}-2\mathbf{u})$?
- 3) (4p) Låt $P=(4,2,3)$ och $Q=(1,3,1)$ vara två punkter i rummet. Bestäm en ekvation på parameterform för linjen som går igenom punkterna P och Q.
- 4) (5p) $R=(1,2,1)$ vara en punkt i rummet och låt planet Π ges av $\Pi: 2x+3y+z-3=0$. Beräkna kortaste avståndet från punkten R till planet Π .
- 5) Låt A vara en matris av typen 3×5 (dvs, 3 rader och 5 kolumner) och B en matris av typen 5×3 .
 - a. (1p) Vilken typ får en matris $C=AB$
 - b. (1p) Vilken typ får en matris $D=BA$
 - c. (1p) Vilken typ måste E ha för att följande skall existera: AEB
 - d. (1p) Vilken typ måste F ha för att följande skall existera: $A+F$
- 6) Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 8 & 22 & 24 \\ 4 & 13 & 12 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ vara matriser.
 - a. (5p) Beräkna $\det(A)$ och $\det(B)$
 - b. (2p) Beräkna A^T
 - c. (2p) Existerar A^{-1} och/eller B^{-1} ? Du behöver INTE beräkna dem!
 - d. (5p) Beräkna AB

OBS TVÅ SIDOR!!

DEL B

7) (3p) Vilka två egenskaper skall en avbildning f ha för att kallas linjär?

8) Antag att f är en linjär avbildning från $\mathbf{R}^2$ till $\mathbf{R}^2$ med följande kända avbilder:

$$f\left(\begin{pmatrix} -1/2 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ och } f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (4p) Teckna avbildningsmatrisen A för avbildningen f .
- (4p) Teckna matrisen S som utför skalning med en faktor 2.
- (4p) Matrisen A kan ses som en sammansättning av två avbildningar S och B där S är en skalning med en faktor 2 (OBS i detta fallet spelar faktiskt inte ordningen mellan S och B någon roll!). Teckna matrisen B sådan att $A=SB$. Vilken känd operation utför matrisen B ?

9) (10p) Beräkna inversen till matrisen $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 8 & 11 \\ 4 & 13 & 23 \end{pmatrix}$

10) (10p) Beräkna egenvärdena och egenvektorerna till matrisen $D = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

11) Antag att A är en kvadatisk matris och att $\det(A) \neq 0$.

- (2p) Antag att vi byter plats på två rader i matrisen A och får en ny matris B , vad kan vi säga om $\det(B)$?
- (2p) Antag att vi multiplicerar en rad i matrisen A med ett tal k och bildar en ny matris B , vad kan vi säga om $\det(B)$?
- (2p) Antag att vi adderar en multipel av en rad i A till en annan rad i A och bildar en ny matris B , vad kan vi säga om $\det(B)$?

Lycka Till!

/MA