

**KUNSKAP
OCH KOMMUNIKATION**

—

“SIFFERDJÄVULENS” PERSPEKTIV

JULIUSZ BRZEZINSKI

**MATEMATISKA VETENSKAPER
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
OCH
GÖTEBORGS UNIVERSITET**

KOMMUNIKATION

”FORMELL”: YRKESROLL, LÄRARROLL, MED-
VERKAN I KUNSKAPSBILDNING

”INFORMELL”: PERSONLIG, SINNENAS-, EMO-
TIONERNAS KOMMUNIKATION, “PERSONKEMI”

”ÄMNESKOMPETENS”

”SOCIAL KOMPETENS”

VARFÖR KOMMUNICERA?

- Jag tycker att mitt ämne är viktigt och intressant. Jag vill att mina studenter/elever förstår och uppskattar dess värde.
- Jag vill att mina studenter/elever tycker om mitt ämne – jag vill inspirera, väcka intresse och entusiasm.
- Jag vill bli uppskattad som lärare.
- Alla (samhället) bör förstå vad jag gör – jag vill popularisera mitt ämne.
- Jag vill att mina kunskaper utnyttjas av andra. Därför vill jag främja samarbete med andra – tvärvetenskap.
- Jag tycker att kunskap (vetenskap) skall vara offentlig – tillgång till kunskap är en demokratisk rättighet.

MATEMATIK ÄR VIKTIG!

- ett kärnämne i skolan
- grunden för naturvetenskap, teknik och flera tillämpningar inom andra områden (t ex samhällsvetenskap, språk, konst)
- grunden för flera inriktningar av högskolestudier
- en viktig del av vår civilisation och kultur

Hej matematik, GP

VARFÖR BETRAKTAS OFTA MATEMATIKÄMNET SOM EN BÖRDA?

- ”kommunikationsproblem” – ett nytt språk
- kulturell tradition
- ”dåliga lärare”
- populariseringsproblem

MATEMATISKA TERMER – VARDAGLIGA ORD

JÄMNA TAL

2, 4, 6, 8, 10, ...

OLIKHET

$5 < 8,$

$a \leq b$

LIKHET

$x = 3,$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

PUNKT

Δ

ELLER

SPECIELLA TERMER (DEFINITIONER):

KVADRAT, REKTANGEL, ROMB,

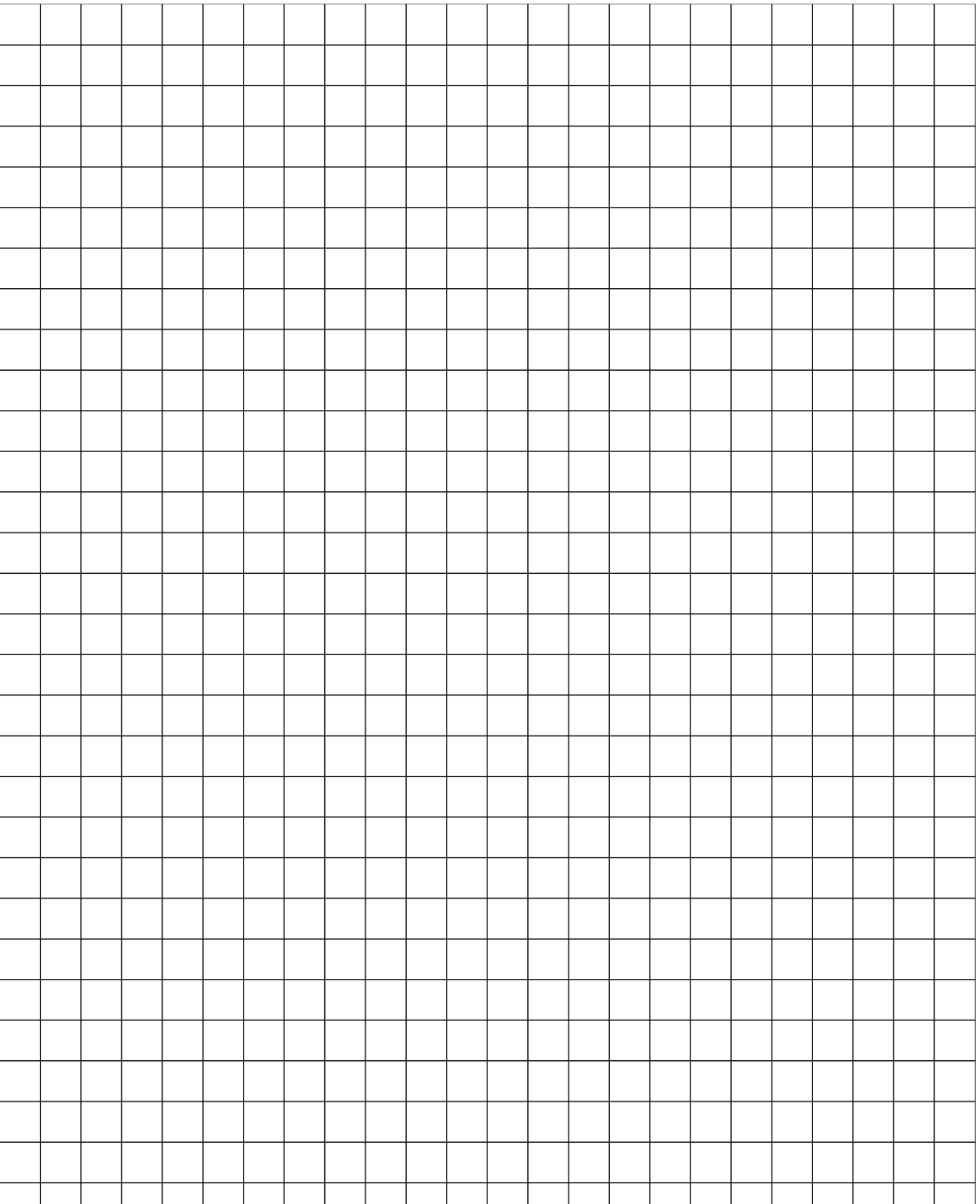
INTERVALL, VEKTOR, CIRKEL,

KOORDINATSYSTEM, KUB, PYRAMID,

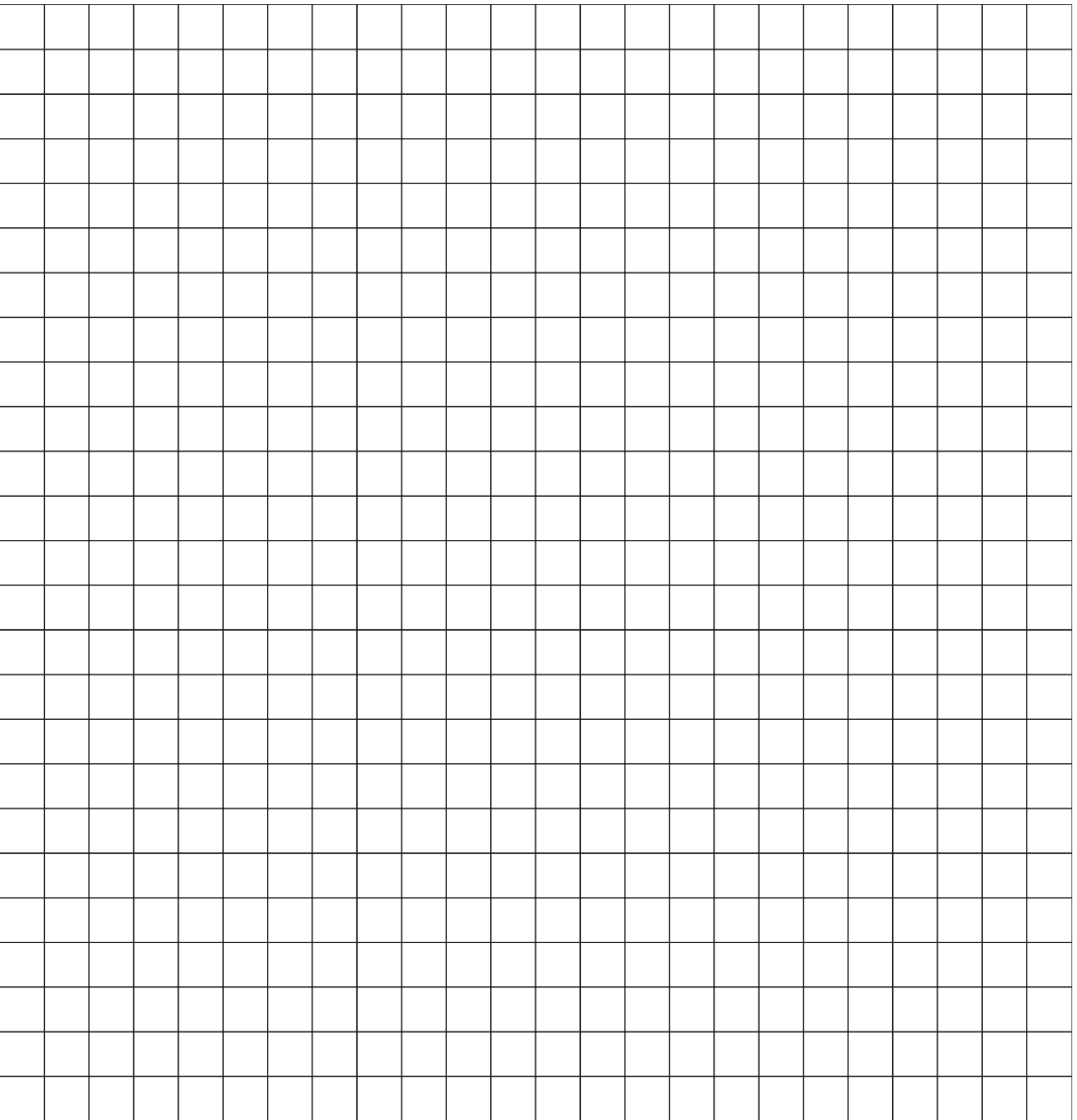
PRIMTAL, GRUPP, KROPP.

Hardy

**HUR MÅNGA REKTANGLAR BESTÅENDE AV
1,2,3,4,5,6,... RUTOR?**



HUR MÅNGA REKTANGLAR BESTÅENDE AV
1,2,3,4,5,6,... RUTOR?



EXAKT EN REKTANGEL BESTÅENDE AV p RUTOR?

PRECIS DÅ p ÄR ETT PRIMTAL

PRIMTAL

Ett positivt heltal som endast har två olika delare – 1 och sig självt:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

Varje heltal större än 1 är en produkt av primtal:

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$123456789 = 3 \cdot 3 \cdot 3607 \cdot 3803$$

$$11 = 11$$

$$121 = 11 \cdot 11$$

PRIMTALSTVILLINGAR – EUKLIDES c:a 350 f.Kr

3, 5

5, 7

11, 13

17, 19

29, 31

101, 103

$2409110779845 \cdot 2^{60000} - 1, 2409110779845 \cdot 2^{60000} + 1$

Primalstvillingar är två primtal p och $p + 2$

**FINNS DET OÄNDLIGT MÅNGA
PRIMTALSTVILLINGAR?**

Finns det primalstrillingar?

3, 5, 7

Finns det andra primalstrillingar?

GOLDBACHS FÖRMODAN – 1650

$$4 = 2 + 2$$

$$6 = 3 + 3$$

$$8 = 3 + 5$$

$$10 = 3 + 7$$

$$12 = 5 + 7$$

$$14 = 3 + 11$$

$$60 = 7 + 53$$

VARJE JÄMNT HELTAL STÖRRE ÄN 2
ÄR EN SUMMA AV TVÅ PRIMTAL

en öppen fråga

EUKLIDES SATS – 350 f.Kr.

DET FINNS OÄNDLIGT MÅNGA PRIM-
TAL

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 = 211$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 + 1 = 2311$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 + 1 = 30031 = 59 \cdot 509$$

Om 2, 3, 5, 7, ..., p är alla primtal så bildar vi ett nytt tal:

$$N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots p + 1.$$

Detta tal ger resten 1 då den delas med prim-
talen 2, 3, 5, 7, ..., p.

Det finns ett primtal q som delar detta tal.

Talet q måste vara ett nytt primtal.

Detta innebär att det finns oändligt många

Internet

KUNSKAPENS DRIFTKRAFTER

ANVÄNDBARHET (ANVÄNDA)

NYFIKENHET (VETA)

PRIMTALEN

Euklides c:a 350 f.Kr.



Fermat, Goldbach 1600-talet



Euler, Legendre 1700-talet



Gauss, Riemann, Dirichlet 1800-talet



Hadamard, Valée Poussin, Brun, Selberg 1900-talet



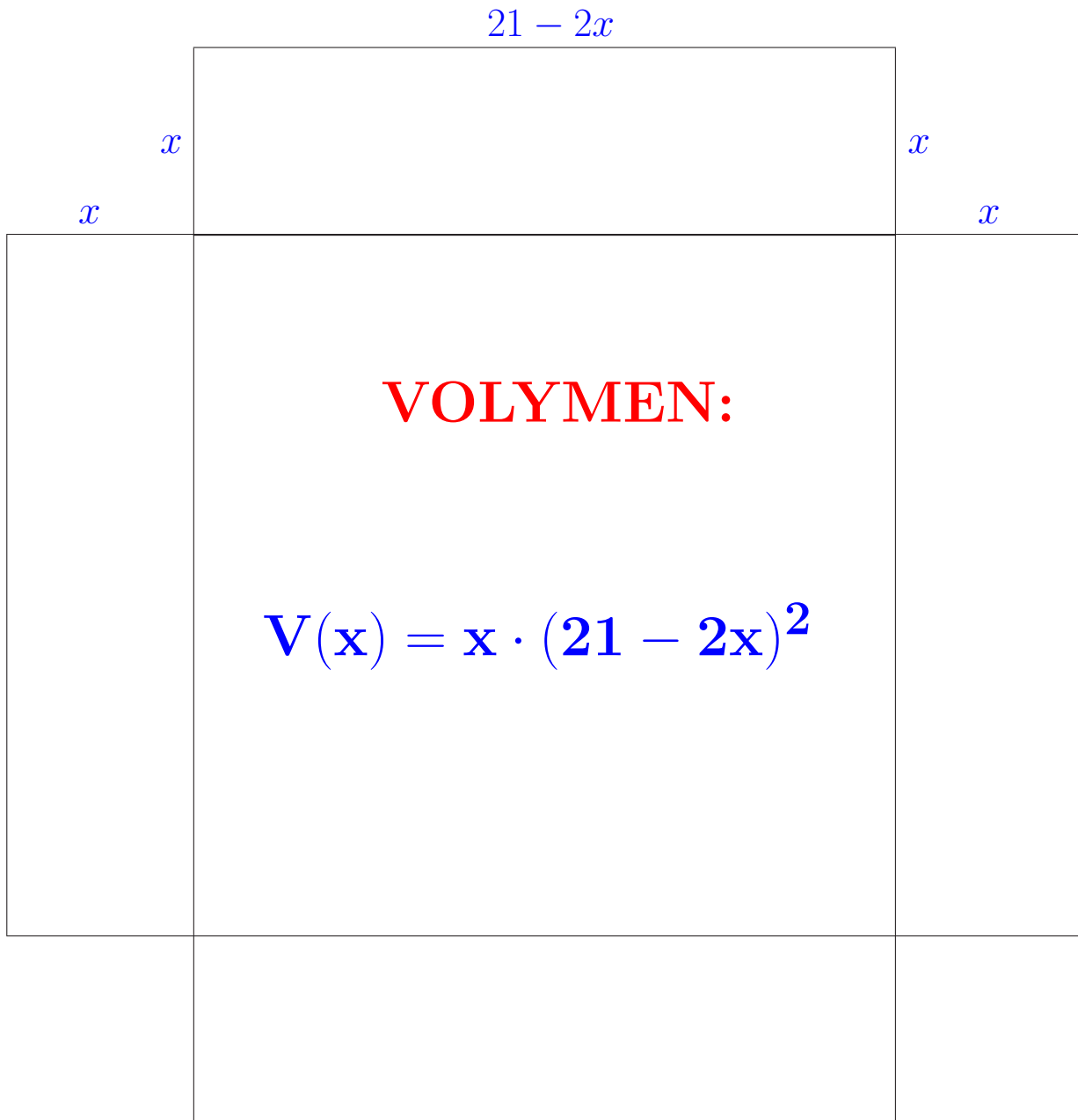
flera frågor väntar på svar

mycket viktiga tillämpningar:

DATASÄKERHET, KRYPTERING

HUR STOR LÅDA

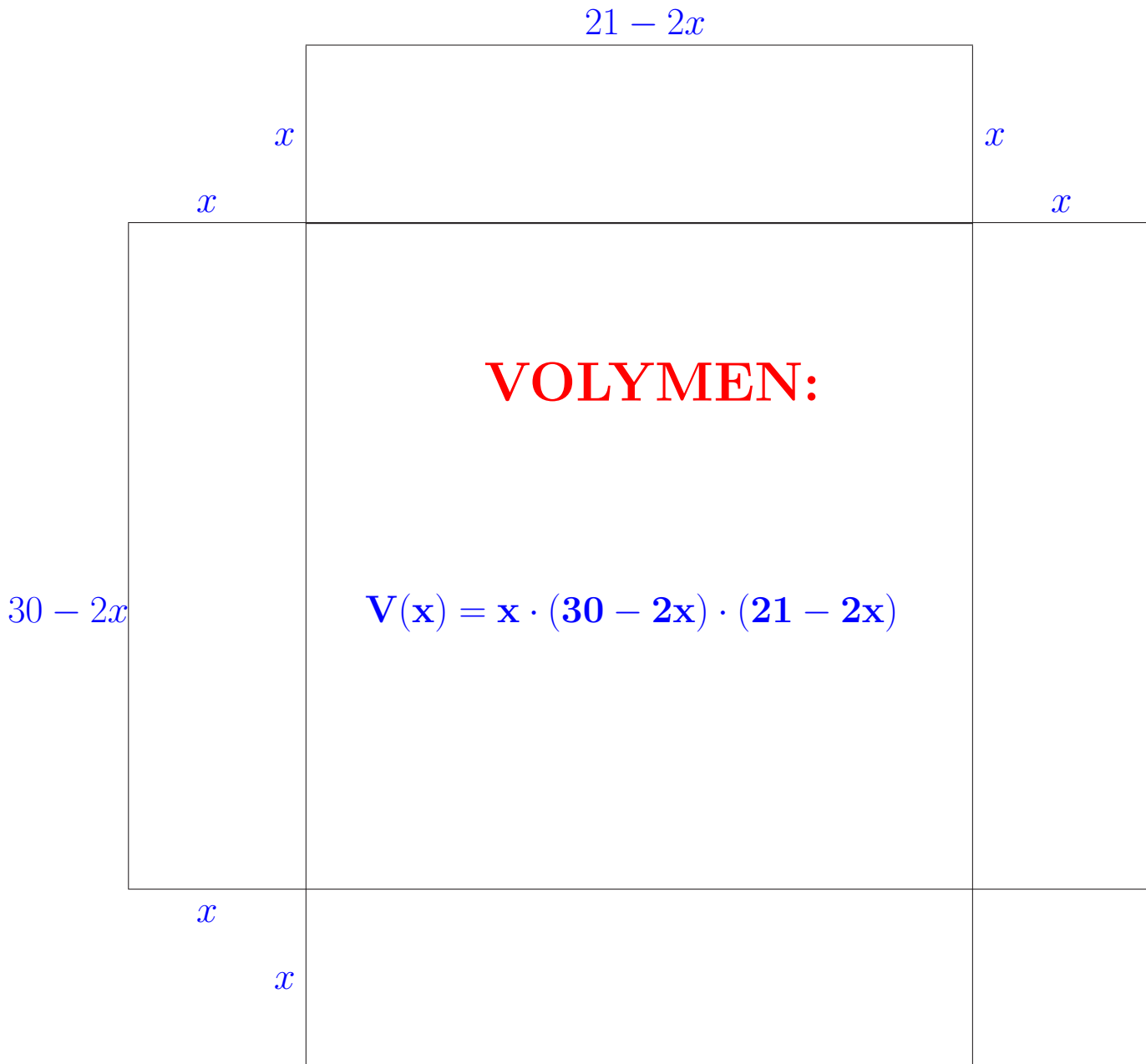
KAN GÖRAS AV EN PAPPERSARK?



LÖSNING: $x = 3.5$,
den största volymen är
 $3.5 \cdot (21 - 2 \cdot 3.5)^2 = 3.5 \cdot 14^2 = 686$

HUR STOR LÅDA

KAN GÖRAS AV EN PAPPERSARK?



LÖSNING: $x \approx 4$, (exakt $x = \frac{17 - \sqrt{79}}{2}$)

den största volymen är $4 \cdot 13 \cdot 22 = 1144$

KUNSKAPENS KOMMUNIKATIVA ASPEKTER

- Samarbete mellan olika områden – tvärvetenskap
- Popularisering

SAMARBETE – TVÄRVETENSKAP

- “UNIVERSELLA VETENSKAPSMÄN” (antiken)
- DE SJU FRIA KONSTERNA – “SEPTEM ARTES LIBERALES”:
TRIVIUM: LOGIK, GRAMMATIK, RETORIK
QUADRIVIUM: ARITMETIK, GEOMETRI, ASTRONOMI, MUSIK (sen antik, medeltiden, tidig modern tid)
- (ENORM) SPECIALISERING (modern tid)

NÅGRA EXEMPEL:

- Luca Pacioli (1445 – 1519) introducerade de negativa heltalen till Europa i sin bok “Summa de Arithmetica” år 1494. Skrev boken “De divina proportione” (“Om den gudomliga proportionen” – det gyllene snittet) år 1509 illustrerad av Leonardo da Vinci (1452 – 1519) – framstående konstnär och uppfinnare.
- Albrecht Dürer (1471 – 1528) stor konstnär med många intressen bl a matematiska. Våra talbeteckningar introducerades av Dürer med utgångspunkt från indoarabiska talsystemet. Lärobok om perspektiv 1525.
- Isaac Newton (1643 – 1727) var både fysiker, matematiker och filosof.
-

Bilder: medeltiden osv

TVÄRVETENSKAPLIGT SAMARBETE – EN MÖJLIGHET?

NÅGRA EXEMPEL:

- MATEMATIK OCH (TEORETISK) FYSIK
- MATEMATIK, TEKNIK, BIOLOGI – BIOTEKNIK, BIOSTATISTIK, BIOMATEMATIK
- MATEMATIK OCH INFORMATIONSTEKNOLOGI (IT) (DATASÄKERHET)

POPULARISERING: VARFÖR?

DEN ÖPPNA HÖGSKOLAN:

STUDIERNAS SKALL UTVECKLA STUDENTERNAS FÖRMÅGA ATT UTBYTA KUNSKAPER ÄVEN MED PERSONER UTAN SPECIALKUNSKAPER INOM OMRÅDET

VARFÖR?

- KUNSKAP GER “MAKT” – BILDNING ÄR EN DEMOKRATISK RÄTTIGHET
- MÄNNISKOR VILL FÖRSTÅ SIN OMVÄRLD – DEN SOM HAR KUNSKAP BÖR DELA DEN MED ANDRA
- MAN FINNER GLÄDJE I MÖJLIGHETEN ATT FÖRKLARA FÖR ANDRA
- “SAMHÄLLET BETALAR” – MAN BÖR KUNNA FÖRKLARA VAD MAN GÖR OCH VARFÖR

“KUNSKAP ÄR MAKT”

FÖRHÅLLET TILL KUNSKAP

(styrande, samhälle “vanliga människor”, vetenskapsidkare...):

- intresse, nyfikenhet, behov, nödvändighet
- ointresse, likgiltighet, fientlighet

Kunskap skall vara:

- offentlig, tillgänglig för alla
- hemlig, förbehållen åt utvalda

Talbegreppet – offentligt eller hemligt?

DE NATURLIGA TALEN:

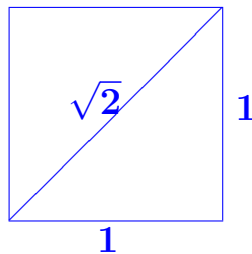
1, 2, 3, 4, 5, ...

DE RATIONELLA TALEN (“BRÅKTALEN”):

(de “förnuftiga” enligt “Sifferdjävulen”)

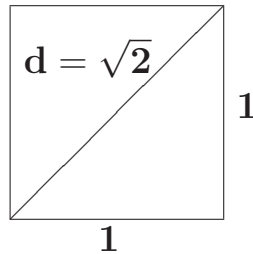
$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{1}$ osv

Man trodde att allt i universum kan uttryckas med hjälp av de rationella talen: alla avstånd, alla vikter, alla toner (i musik) och överhuvudtaget allt som kan uttryckas med hjälp av tal.



$$\sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

Att hitta ett bråktalet vars kvadrat är lika med 2



$$\sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

$$\text{Om } d = \frac{7}{5} = 1,4 \text{ så är } d^2 = \frac{49}{25} = 1,96$$

$$\text{Om } d = \frac{141}{100} = 1.41 \text{ så är } d^2 = 1,9881$$

$$\text{Om } d = \frac{1414}{1000} = 1.414 \text{ så är } d^2 = 1,99939$$

Det finns inte ett bråktalet (rationellt tal) vars kvadrat är lika med 2.

Kvadratroten ur 2 är inte ett rationellt tal.

POPULARISERING: HUR?

- KAN KUNSKAPEN “FÖRENKLAS”? BALANS MELLAN “HELA SANNINGEN” OCH FÖRENKLINGAR.
- SKALL MAN TRO ATT NÅGOT KOMPLICERAT ÄR ENKELT? EN ETISK FRÅGA.
- ATT VÄLJA LÄMPLIG NIVÅ (MÅLGRUPP)
- ATT VÄLJA LÄMPLIGT SPRÅK

SLUTSATSER:

- POPULARISERING KRÄVER STORA KUNSKAPER I ÄMNET
- POPULARISERING KRÄVER MYCKET BRA FÖRSTÅELSE AV BÅDE ÄMNET OCH LÄRANDE-PROCESSEN
- POPULARISERING ÄR EN DEL AV VARJE LÄRARES VARDAGLIGA ARBETE

**VARFÖR ÄR
POPULARISERINGEN AV
MATEMATIK
SPECIELLT SVÅRT?**

SVAR:

MATEMATIK ÄR ETT SPRÅK

OCH EN KONST

MATEMATIKENS STYRKA – ABSTRAKTION

Just matematikens abstrakta karaktär gör att den kan tillämpas på många skiftande problem:

- Redan talbegreppet är mycket abstrakt: 12 kan stå för 12 människor, 12 kronor, 12 ägg, arean av en rektangel med sidorna 3 och 4 osv. 12 finns helt oberoende av människor, kronor, ägg eller rektanglar.
- Likheten

$$\frac{2}{0.5} = 4$$

gäller helt oberoende av tolkningen av talen 2 och 0.5:

“Ber du om lösningen på uppgiften (ovan) blir det tvärstopp. Frågar du däremot hur många 0.5-litersdunkar som behövs till 2 liter olja klarar alla uppgiften” (GP, “Huvudräkning ett minne blott”, 26/1, 2000).

Hur blir det om det skulle behövas 4.5 liter olja i 0.75-litersdunkar?

Konkreta exempel underlättar inlärningsprocessen, men det är helt nödvändigt att förstå vikten av matematikens universella karaktär.

HUR OMFATTANDE KUNSKAPER I ÄMNET BEHÖVER MAN FÖR ATT UNDERVISA I SKOLAN?

- Att kunna sitt ämne och känna säkerhet i undervisningssituationer
- Att kunna väcka elevernas intresse för ämnet
- Att entusiasmera, inspirera och motivera eleverna till att uppskatta kunskapens värde
- Att kunna svara på elevernas frågor
- Att kunna kritiskt granska läroböcker och andra hjälpmedel (t ex facit)
- Att kunna komplettera sina kunskaper på egen hand