

Tentamen i LGMA40/L9MA45, 24/8 2016, 8.30-12.30

Matematiska Vetenskaper, Göteborgs universitet

Examinator: Elin Götmark (070-6787423)

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Motivera dina svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Lös differentialekvationen (3p)

$$xy' + 2y = \frac{1}{x\sqrt{x+1}}.$$

2. Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + y = x^2$ med begynnelsevillkoren $y(0) = 0$ och $y'(0) = 0$. (4p)

3. Du tar ut ett paket glass ur frysen och går ut i den 25-gradiga värmen. I din frys är det -18° . Enligt Newtons värmelag värms glassen upp med en hastighet som är proportionell mot temperaturskillnaden mellan glassen och omgivningen. Ställ upp en differentialekvation som beskriver glassens temperatur, inklusive begynnelsevillkor. Alla temperaturer är i Celsius. Du behöver inte lösa ekvationen. (2p)

4. Är följande serier konvergenta eller divergenta? Om de är konvergenta, beräkna summan om det är möjligt.

$$a) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \ln(k)} \quad (2p) \quad b) \sum_{k=0}^{\infty} \arctan(k) \quad (2p)$$

5. Beräkna följande gränsvärde: (3p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos(x) - x}{\ln(1 + x^2)}.$$

6. Ta fram Taylorpolynomet av ordning 2 till funktionen $f(x) = \sqrt[3]{1-2x}$ i punkten $x = -1/2$, samt resttermen av ordning 3 på Lagrange-form. (3p)

7. Rita upp kägelsnittet $4y^2 - x - 16y + 13 = 0$. (3p)

8. Betrakta den kvadratiske ytan $z^2 + x^2 - y^2 = 0$. Rita upp ytans skärning med de tre koordinatplanen $x = 0$, $y = 0$ och $z = 0$, samt planet $y = 1$, och beskriv vilken typ av yta det är. (3p)