

Tentamen i LGMA40/L9MA45, 18/4 2017, 8.30-12.30

Matematiska Vetenskaper, Göteborgs universitet

Examinator: Elin Götmark

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Motivera dina svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Lös differentialekvationen (3p)

$$(x + 1)y' + 2y = (x + 1)^4$$

där $y(0) = 0$.

2. Lös differentialekvationen $y' = -y^2x \sin(x^2 + 4)$. (3p)

3. Befolkningen i en stad är från början 200 000 personer. Varje år bidrar födelse- och dödstalen i kombination till att befolkningen ökar med 0,2%, och varje år flyttar 700 personer till staden och 200 flyttar därifrån. Ställ upp en differentialekvation som beskriver förändringarna i stadens folkmängd, och ett begynnelsevillkor för ekvationen. Du behöver inte lösa ekvationen. (2p)

4. Är följande serier konvergenta eller divergenta? Om de är konvergenta, beräkna summan om det är möjligt.

$$a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{2^{2k}} \quad (2p) \quad b) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^k}{e^k + k} \quad (2p)$$

5. Ta fram Taylorutvecklingen av ordning 2 till $f(x) = \ln(3-2x)$ kring $x = 1$, tillsammans med resttermen på Lagrangeform. (3p)

6. Beräkna följande gränsvärde, om det existerar: (3p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x) - \sin(x)}{\cos(x^2) - 1}.$$

7. Skissa kägelsnittet $4y^2 + 9x^2 - 8y + 18x + 12 = 0$. (3p)

8. Beskriv ytan $4x^2 + z^2 = 1 + y^2$. Rita också upp nivåytor till $z = -1$ och $z = 1$ samt skärningen med alla tre koordinatplanen. (4p)