

Tentamen i LGMA40/L9MA45, 23/8 2017, 14.00-18.00

Matematiska Vetenskaper, Göteborgs universitet

Examinator: Elin Götmark (0706787423)

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Motivera dina svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Lös differentialekvationen $y' \cos(x) + y \sin(x) = \sin(x) \cos(x)$ när $0 < x < \pi/2$. (3p)

2. Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + 2y = \sin(2x)$ med begynnelsevillkoren $y'(0) = 0$ och $y(0) = 0$. (4p)

3. En kemikalie löses upp i vatten med en hastighet som är proportionell mot produkten av mängden ämne som inte har lösts upp än och differensen mellan koncentrationen i en mättad lösning och den aktuella koncentrationen. I en mättad lösning är 70 g av kemikalien löst per liter vatten. Från början lägger vi i 50 g kemikalie i 2 liter vatten. Ställ upp en differentialekvation för mängden av ämnet som inte har lösts upp, med ett begynnelsevillkor. (2p)

4. Är följande serier konvergenta eller divergenta? Om de är konvergenta, beräkna summan om det är möjligt.

$$a) \sum_{k=0}^{\infty} \sin(k) \quad (2p) \quad b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln(k)}{k} \quad (2p)$$

5. Ta fram MacLaurinutvecklingen till $f(x) = \sin(\ln(1+x))$ av ordning 4. Du behöver inte ta fram någon restterm. (3p)

6. Ta fram ett närmevärde till $\ln(1,1)$ med fyra korrekta decimaler. (3p)

7. Skissa kägelsnittet $2x^2 + 8x + 6y = y^2$. Om det är en hyperbel ska du också rita upp asymptoterna. (3p)

8. Beskriv hur ytan $z = 16x^2 - 8xy + y^2$ ser ut. Rita också upp nivåkurvor till $z = 0$ och $z = 1$. (3p)