

Tentamen i LGMA40/L9MA45, 14/4 2015, 8.30-12.30

Matematiska Vetenskaper, Göteborgs universitet

Examinator: Elin Götmark (070-6787423)

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Motivera dina svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Lös differentialekvationen (3p)

$$(1+x)y' + y = 1+x, \quad x > 0.$$

2. Lös differentialekvationen (3p)

$$y' = xy \cos(x), \quad y(0) = 1.$$

3. Antag att propellern på en båt driver den framåt med konstant acceleration, men att båten samtidigt bromsas av en deceleration (acceleration åt motsatt håll) som är proportionell mot kvadraten på båtens fart. Skriv upp en differentialekvation som båtens fart uppfyller. Obs, du behöver inte lösa ekvationen. (2p)

4. Är följande serier konvergenta eller divergenta? Om de är konvergenta, beräkna summan om det är möjligt.

$$a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4 \cdot 3^k} \quad (2p) \quad b) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{1+k^2} \quad (2p)$$

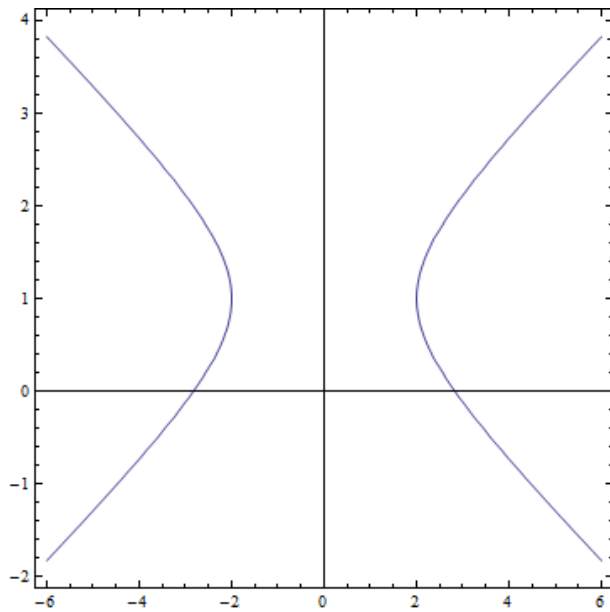
5. Ta fram Taylorpolynomet av ordning två kring  $x = 1$  för funktionen  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ . Du behöver inte ta fram resttermen. (3p)

6. Använd MacLaurinutveckling för att visa olikheten

$$\left| \ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} \right| \leq \frac{x^3}{3}$$

$$\text{för } 0 \leq x \leq 1. \quad (3p)$$

7. Skriv upp en ekvation för kägelsnittet på bilden på nästa sida. Kurvan går genom punkterna  $(\pm 2, 1)$  och  $(\pm 2\sqrt{2}, 0)$ . (3p)



8. Rita upp nivåkurvor för  $z = -1$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$  för den kvadratiska ytan  $x^2 - 2x + y^2 = z^2$ , och beskriv hur ytan ser ut (du kan skissa den om du vill, men det är inte nödvändigt). (3p)