

Tentamen i LGMA40/L9MA45, 20/8 2015, 8.30-12.30

Matematiska Vetenskaper, Göteborgs universitet

Examinator: Elin Götmark (070-6787423)

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Motivera dina svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Lös differentialekvationen (4p)

$$y'' - 4y = 1 + e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1/3.$$

2. Lös differentialekvationen (3p)

$$x^2 y' + y' = \sqrt{y}.$$

3. Vi har en två meter hög tank som är full med vatten, och öppnar en kran längst ner. Då minskar vattendjupet med en hastighet som är proportionell mot roten ur vattendjupet. Skriv upp en differentialekvation och ett begynnelsevillkor som uttrycker detta samband. Obs, du behöver inte lösa ekvationen. (2p)

4. Är följande serier konvergenta eller divergenta? Om de är konvergenta, beräkna summan om det är möjligt.

$$a) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{1-k} \quad (2p) \quad b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi^{k+1}}{3^k} \quad (2p)$$

5. Beräkna följande gränsvärde: (3p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - xe^x}{\arctan(x) - x}.$$

6. Ta fram Taylorutvecklingen av ordning två av $f(x) = \ln(2 + x^2)$ kring $x = -1$. Ange resttermen på Lagrange-form. (3p)

7. Vad är $16x^2 + 64x + 61 = 2y - y^2$ för typ av kägelsnitt? Rita en bild på kurvan. (3p)

8. Vilken typ av kvadratisk yta (sadelyta, skål, etc...) är $z = 2x^2 + 12xy - 7y^2$? Obs, du behöver inte rita upp ytan. (3p)