

Tentamen i LGMA40/L9MA45, 5/4 2016, 8.30-12.30

Matematiska Vetenskaper, Göteborgs universitet

Examinator: Elin Götmark (070-6787423)

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Motivera dina svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

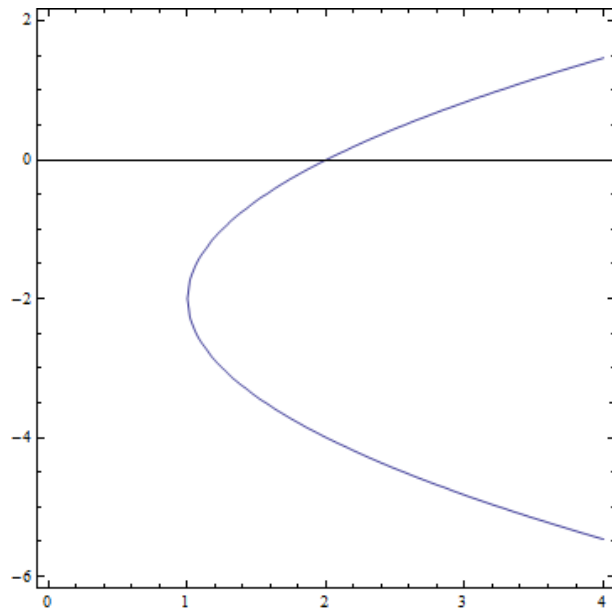
1. Lös differentialekvationen $y^2 = y'/\ln(x)$ för $x > 0$, med villkoret $y(1) = 2$.
(4p)
2. Lös differentialekvationen $y' = x + 2xy$. (3p)
3. En sjukdom sprids i en population som består av 10 000 människor. Låt $y(t)$ beteckna antalet människor som är smittade, där t mäts i dygn. Det börjar med att bara en person är smittad, och sjukdomen sprider sig sedan med en hastighet som är proportionell mot produkten av antalet smittade personer och antalet som är friska. Sätt upp en differentialekvation för sjukdomens spridning, och ange ett begynnelsevillkor. (2p)
4. Är följande serier konvergenta eller divergenta? Om de är konvergenta, beräkna summan om det är möjligt.

$$a) \sum_{k=1}^{\infty} 5 \cdot \frac{2^k}{(-3)^k} \quad (2p) \quad b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k+1} \quad (2p)$$

5. Beräkna följande gränsvärde: (3p)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x) - x}{\sin(x) - x}.$$

6. Ta fram Maclaurinpolynomet av ordning 10 till funktionen $f(x) = \arctan(\sin(x^2))$. Du behöver inte ta fram någon restterm. (3p)
7. Skriv upp en ekvation för kägelsnittet på bilden på nästa sida. Kurvan går genom punkterna $(1, -2)$ och $(2, 0)$. (3p)



8. Betrakta den kvadratiske ytan $z^2 - x^2 - y^2 = 1$. Rita upp nivåkurvorna för $z = -2$, $z = -1$, $z = 0$, $z = 1$ och $z = 2$, och beskriv hur ytan ser ut. (3p)